# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 MAI 1951.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE JAVILLIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Les décimales de e et de π.*
Note de M. **Émile Borel.**

Rappel de résultats de J. von Neumann sur les probabilités des décimales de *e* et critique de l'évaluation de ces probabilités. En terminant, remarques sur les suites de dix chiffres décimaux consécutifs et tous différents.

La question de savoir si les chiffres décimaux de nombres tels que $\sqrt{2}$, *e* où π suivent les lois du hasard ou d'autres lois est une des plus difficiles et des plus intéressantes. L'emploi des machines à calculer a permis récemment ([1]) de calculer 2000 décimales de π et 2500 décimales de *e*. J. von Neumann a observé que la moyenne des carrés des écarts des valeurs observées pour les dix chiffres décimaux est anormalement faible pour les 2000 premiers chiffres décimaux de *e*, tandis qu'elle est normale pour le nombre π. Ce résultat m'a beaucoup intéressé, car il pourrait confirmer des suggestions que j'avais faites à propos de $\sqrt{2}$, à savoir que certaines singularités observées pouvaient être expliquées par une distribution *plus régulière* sur les distributions au hasard.

Il me paraît cependant que la question mérite d'être examinée de plus près. Les valeurs observées pour la fréquence des chiffres

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

parmi les 2000 premières décimales de *e* sont respectivement

196, 190, 208, 202, 201, 197, 204, 198, 202, 202,

et il apparaît immédiatement que les écarts par rapport à la moyenne 200 sont anormalement bas; la moyenne du carré de ces écarts est 22,2 dont la racine carrée est 4,71, alors que la valeur probable de cette racine carrée est 13,4.

Mais il faut observer que si l'on fait une suite indéfinie d'épreuves et si l'on

---

([1]) *Mathematical Tables and other Aids to Computation* (*The National Research Council*, Washington D. C.), n°s 29 et 30 (janvier et avril 1950).

calcule une fonction $\varphi(n)$ des écarts au bout de n épreuves, cette fonction $\varphi(n)$ variera, tantôt en croissant, tantôt en décroissant et aura par suite des maxima et des minima, Si l'on considère un des minima de $\varphi(n)$, observé pour $n = n_1$, il pourra arriver que ce minimum soit assez petit pour que la probabilité *a priori* de cette valeur $\varphi(n_1)$ soit très faible lorsque l'on donne n_1, mais que cependant cette probabilité devienne beaucoup moins faible si on l'évalue en sachant que n_1 a été précisément choisi de telle manière que $\varphi(n_1)$ soit un minimum.

C'est ainsi que, si l'on étudie une suite indéfinie de parties de pile ou face, on constatera souvent qu'il se produit, pour une série de valeurs de n : n_1, n_2, ..., n_k, ..., un écart égal à zéro, c'est-à-dire l'égalité entre les gains et les pertes; cependant, si l'on se donne une très grande valeur de n, il est très improbable que cet écart nul se produise précisément pour cette valeur de n.

En fait, après avoir constaté un écart anormalement bas pour les 2 000 premières décimales de e, on a calculé 500 décimales de plus, et l'on a constaté une augmentation de la moyenne du carré des écarts, cette moyenne restant cependant inférieure à la moyenne théorique.

A mon avis, les résultats acquis ne permettent pas de formuler une conclusion vraiment très probable au sujet de la loi des décimales de e. De nouveaux calculs seraient nécessaires et c'est sans doute au moins 5000 chiffres, sinon 10000 qu'il faudrait calculer pour observer plusieurs maxima et minima de la fonction numérique que J. von Neumann appelle a_n et qui est égale au quotient de la moyenne des carrés des écarts par le dixième du nombre probable de chacun des chiffres décimaux. Dans l'exemple donné plus haut, on doit diviser 22,2 par le dixième de 200, ce qui donne 1,11. La valeur de a_n décroît presque constamment de 6,72 à 2,22 lorsque n croît de 500 à 1900. Pour $n = 2000$ nous avons vu que sa valeur est 1,11, mais elle devient 1,94 pour 2 100 et varie peu jusqu'à 2500. Il ne me paraît donc pas possible de tirer une conclusion formelle du fait que la probabilité *a priori* pour que a_{2000} soit égal à 1,11 est 0,0008, soit 1/1250. On n'a pas tenu compte, en effet, dans l'évaluation de cette probabilité, du fait qu'elle se rapporte à la valeur de n, comprise entre 10 et 2500, pour laquelle a_n est minimum. Cette difficulté se présentait également dans mes recherches sur $\sqrt{2}$ et explique la prudence de mes conclusions.

Je signale, en terminant une singularité, *a priori* assez peu probable, pour les chiffres décimaux de e compris entre 1500 et 2500. On y trouve, aux rangs 1729, 2030, 2031 et 2432, quatre séries (dont deux juxtaposées) de dix chiffres consécutifs tous différents entre eux :

0 719 425 863, 2 457 803 619, 4 578 036 192, 1 285 904 138.

Il est assez remarquable que cette singularité se produise au voisinage du minimum de a_n. La probabilité pour que dix chiffres tirés au sort soient tous différents est 0,0003 628 ...; dont le produit par 2 500 est 0,907.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Relation entre le magnétisme terrestre et la propagation des ondes radioélectriques entre Washington et Bagneux.* Note (*) de
M. **Pierre Lejay**, M[lle] **Jeanne-Marie Ardillon** et M. **Gérard Bertaux**.

Nous avons profité des enregistrements continus des émissions de fréquences étalon de la station américaine WWV exécutés au Laboratoire National de Radioélectricité pour étudier les variations de l'intensité du champ de cette station. Les conditions sont particulièrement favorables du fait de l'absence quasi totale de brouillage sur 20 MHz et de la possibilité de discriminer le brouillage de l'émission sur 15 MHz par l'étude de la modulation de cette dernière (1).

La comparaison des valeurs moyennes diurnes du champ de WWV et du caractère magnétique journalier déduit des enregistrements de l'Observatoire magnétique de Chambon-la-Forêt a révélé une corrélation très étroite entre *la qualité de réception* du champ et *l'agitation magnétique.* Il apparaît immédiatement sur les graphiques que lorsque le caractère magnétique de force 5 (perturbation modérée) est atteint (*cf.* par exemple *fig.* 1 A) le champ reçu s'effondre (jusqu'à s'annuler dans 12 cas sur 14 observés en 16 mois) et reste pratiquement nul pendant 2 ou 3 jours. Alors que presque tous les affaiblissements d'intensité du champ sont concomitants avec l'augmentation de l'agitation magnétique (ceci bien entendu au degré de précision dans le temps que comporte le caractère journalier), la propagation ionosphérique demeure perturbée *pendant plusieurs jours* après la fin de la perturbation magnétique. On ne constate à ce point de vue aucune différence entre les mois d'été et les mois d'hiver.

Les phénomènes observés lorsque le caractère magnétique atteint le niveau immédiatement inférieur (force 4), ne sont pas de nature différente (*fig.* 2 B). Les perturbations de propagation correspondant à cette catégorie sont seulement moins importantes en intensité et en durée, ont un début moins brusque et le champ remonte plus rapidement au niveau normal.

Enfin l'étude de la relation générale entre les agitations magnétiques de faible importance et la propagation nous permet une remarque intéressante. En hiver, les courbes représentant les variations du magnétisme et de l'intensité du champ reçu sur 15 et 20 MHz présentent un parallélisme quasi parfait; par contre, durant les mois d'été, lorsque l'agitation magné-

---

(*) Séance du 21 mai 1951.

(1) B. Decaux, M. Barré et G. Bertaux, *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 378.

tique se situe au niveau 2 ou 3, l'intensité du champ de 15 MHz est renforcée alors que celle de 20 MHz subit un affaiblissement (*fig.* 2 C). Ce dernier phénomène semble trouver son explication dans un abaissement de la fréquence maximum utilisable.

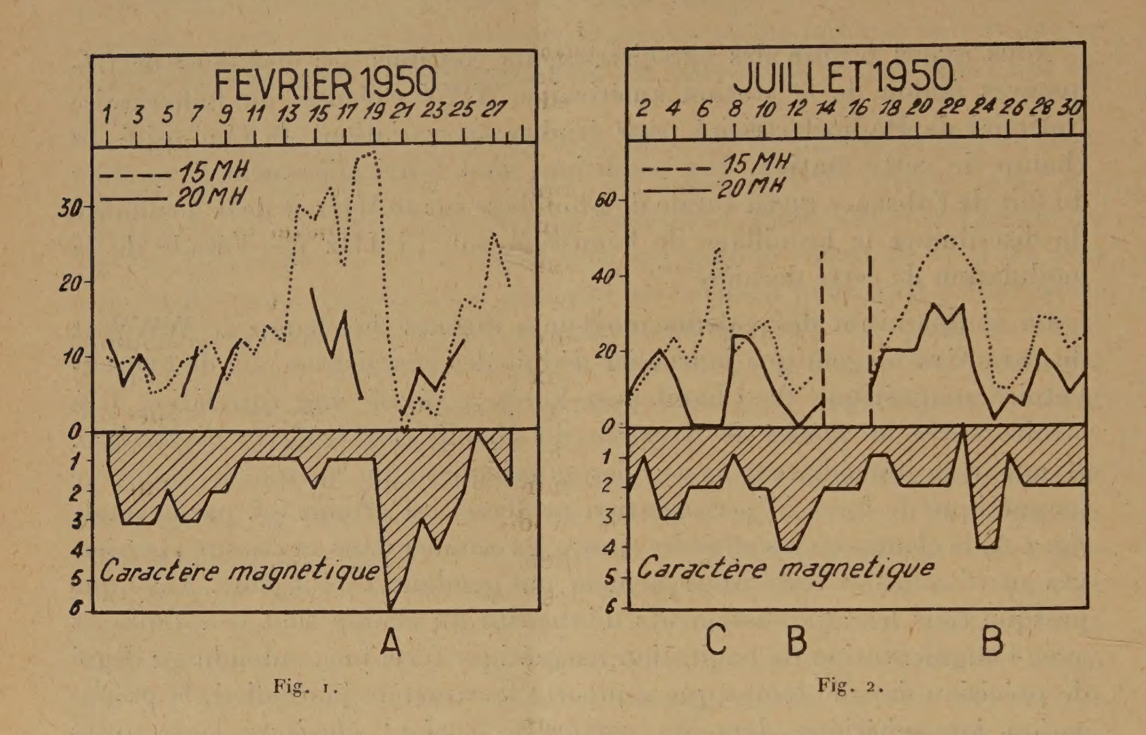


Fig. 1. Fig. 2.

Une confirmation des faits exposés ci-dessus se trouve dans l'étude des relevés d'écoute de WWV exécutés chaque matin, de 1947 à 1951, à Turin, par l'Institut Électrotechnique national Italien G. Ferraris. Cette étude porte sur le champ des émissions de WWV sur 10 MHz; les résultats sont identiques au cours des périodes pendant lesquelles la fréquence utilisée se trouve en dessous de la fréquence critique. (Durant les 4 derniers mois de 1950, la propagation des ondes de 10 MHz, au lever du Soleil, était normalement interrompue).

Nous pouvons conclure qu'il existe une relation certaine entre l'agitation magnétique et la propagation des ondes décamétriques entre l'Europe et l'Amérique du Nord. Le trajet direct s'approchant de la zone aurorale, ce phénomène est probablement particulièrement favorisé. Il serait intéressant d'étudier si la même corrélation se manifesterait sur un trajet situé dans un azimut différent.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Colorants acétyléniques. Comparaison avec les colorants éthyléniques correspondants.* Note (*) de MM. **Charles Dufraisse, André Étienne** et **Pierre Barbieri** †.

Les colorants éthyléniques correspondant aux cinq colorants acétyléniques, antérieurement étudiés, ont été préparés; deux d'entre eux seulement étaient déjà connus. Le pouvoir chromophorique de l'éthynylène, —C ≡ C— s'est montré comparable à celui du vinylène, —CH = CH—, tantôt plus faible et tantôt plus fort.

Ayant reconnu un pouvoir chromophorique considérable à la liaison acétylénique ([1]), nous n'avons pas manqué de le comparer à celui de la liaison éthylénique dans les mêmes conditions.

En parallèle avec l'étude précédente ([1]) un vinylène, — CH = CH —, a été introduit à la place de l'éthynylène, — C ≡ C —, dans nos colorants acétyléniques. Ceux-ci résultaient eux-mêmes d'une intercalation, en toutes positions possibles, du doublet carboné dans les trois types de colorants aminés triphénylméthaniques : I, II et III ([2]).

Les colorants ainsi définis sont au nombre de cinq, dérivant de l'alcool triphényl-1.1.3 allylique, IX. Aucun de ceux de la série acétylénique n'était connu auparavant; deux seulement de la série éthylénique, IV et V, ont été déjà signalés ([3]), l'obtention des trois autres, VI, VII et VIII, sera décrite par la suite.

I : $(CH_3)_2N-C_6H_4(C_6H_5)C(OH)-C_6H_5$

II : $[(CH_3)_2N-C_6H_4]_2C(OH)-C_6H_5$

III : $[(CH_3)_2N-C_6H_4]_2C(OH)-C_6H_4-N(CH_3)_2$

IV : $(CH_3)_2N-C_6H_4(C_6H_5)C(OH)-CH{=}CH-C_6H_5$

VI : $[(CH_3)_2N-C_6H_4]_2C(OH)-CH{=}CH-C_6H_5$

VIII : $[(CH_3)_2N-C_6H_4]_2C(OH)-CH{=}CH-C_6H_4-N(CH_3)_2$

V : $(C_6H_5)_2C(OH)-CH{=}CH-C_6H_4-N(CH_3)_2$

VII : $(CH_3)_2N-C_6H_4(C_6H_5)C(OH)-CH{=}CH-C_6H_4-N(CH_3)_2$

IX : $(C_6H_5)_2C(OH)-CH{=}CH-C_6H_5$

Examinons en premier lieu, comme précédemment, l'exemple correspondant au vert malachite, II, dont dérivent les deux colorants VI et VII.

On retrouve ici, pour l'action du vinylène, la constatation faite avec l'éthy-

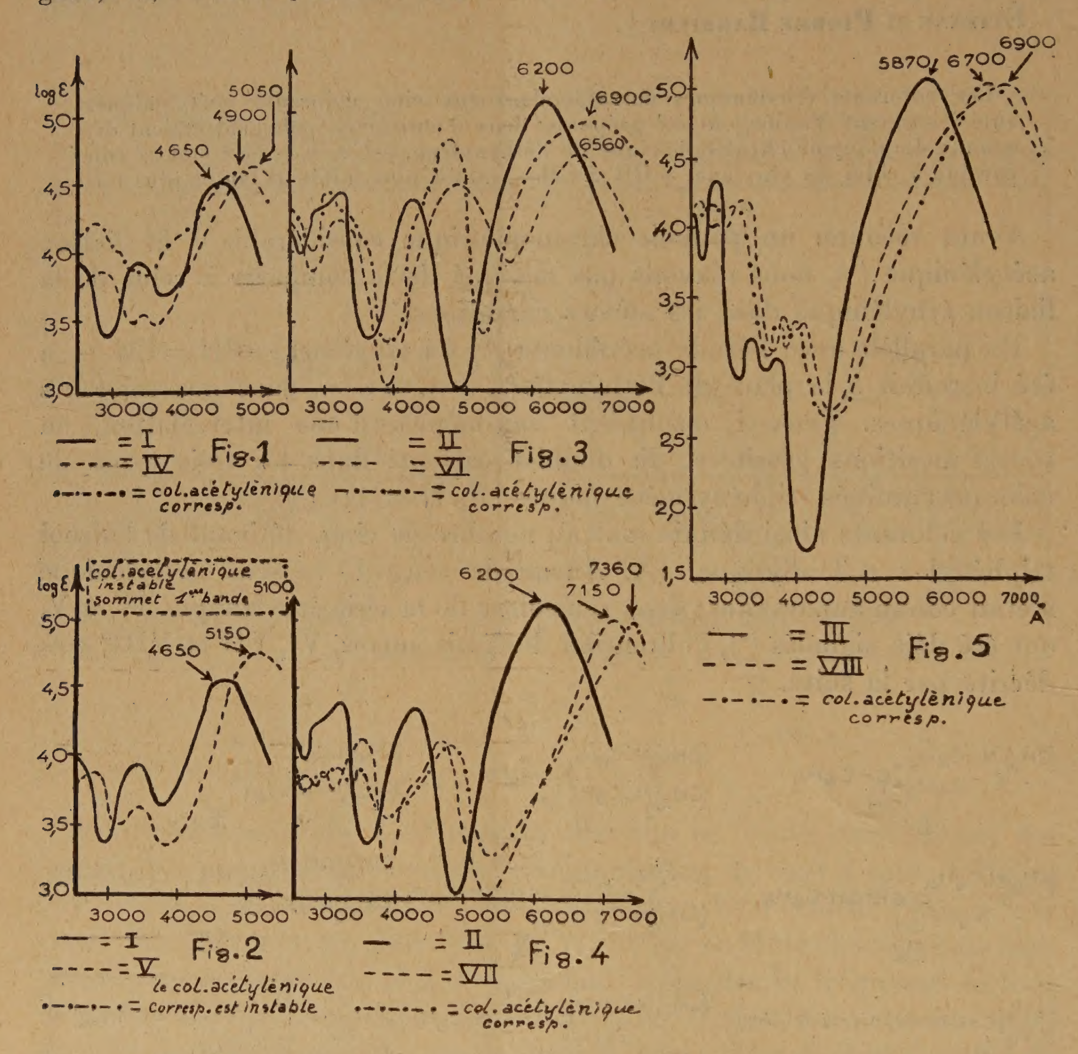
(*) Séance du 16 mai 1951.

([1]) Ch. Dufraisse, A. Étienne et P. Barbieri, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1043.

([2]) Ces colorants, de même que tous ceux qui sont envisagés dans ce travail, sont des sels, mais, pour simplifier la représentation, on n'a formulé que leurs bases carbinoliques.

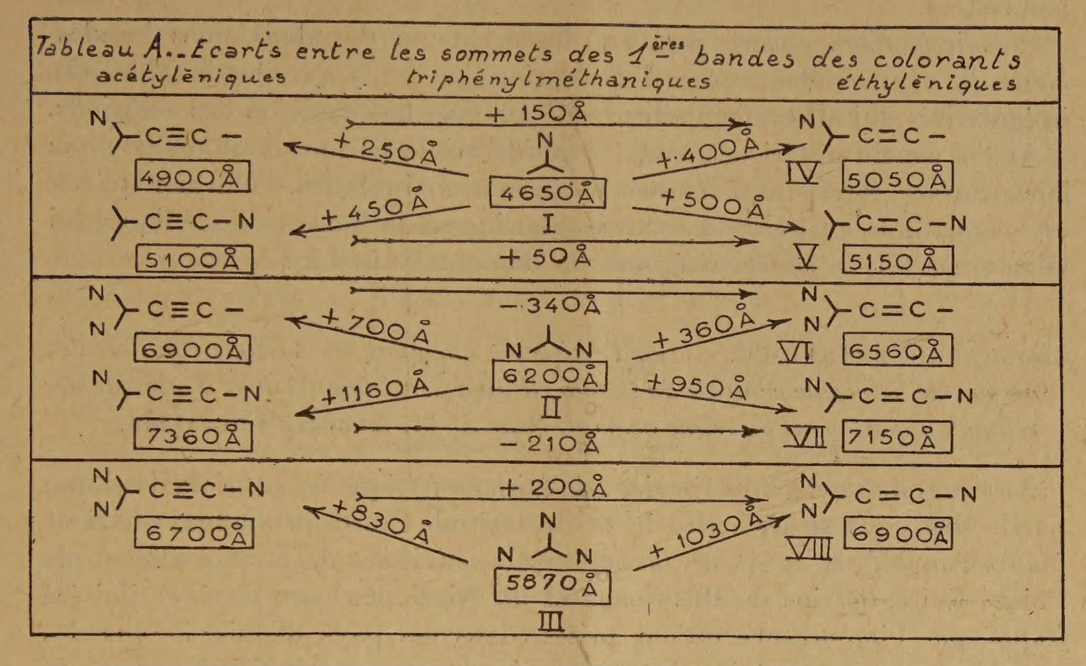
([3]) H. Gilman et R. H. Kirby, *Am. Chem. Soc.*, 63, 1941, p. 2046.

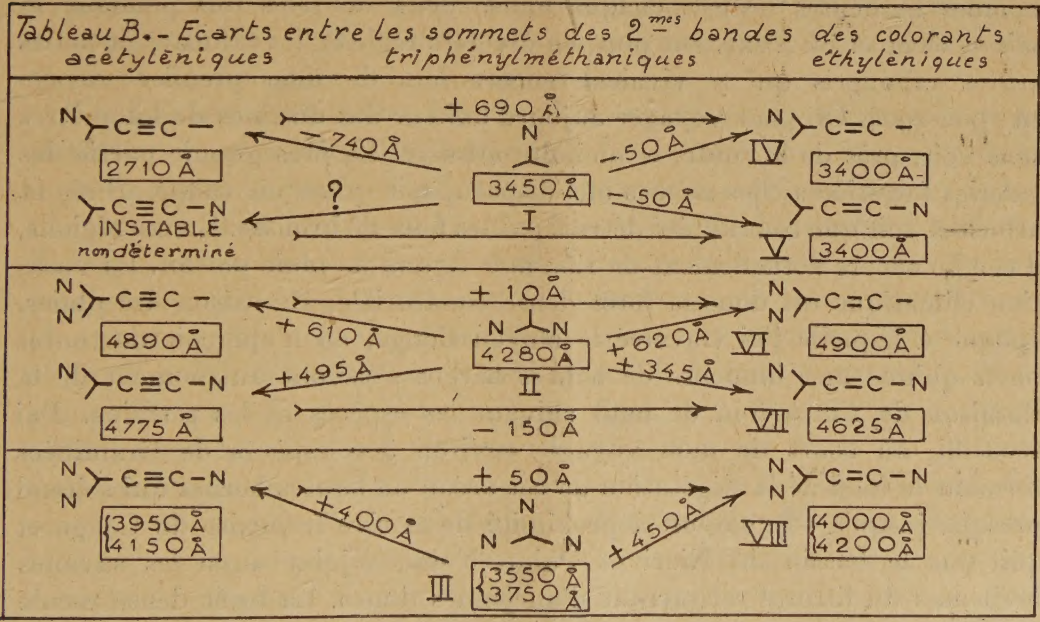
nylène sur les différences de pouvoir chromophorique d'après le lieu de l'implantation, suivant que l'implant est extérieur au système chromogène, VI, ou bien qu'il en fait partie intégrante, VII. L'effet bathochrome



du vinylène par rapport au vert malachite se traduit par un déplacement de la bande principale égal, dans le premier cas, à 360 Å (*fig.* 3 et tableau A), et, dans le second, à 950 Å (*fig.* 4 et tableau A). L'influence de la double liaison se montre ainsi inférieure à celle de la triple liaison, laquelle déterminait (1) un déplacement de la bande principale égal, dans le premier cas, à 700 Å, et, dans le second, à 1160 Å, soit des excédents respectifs de 340 et 210 Å par rapport à la double liaison (*fig.* 3 et 4 et tableau A). On arrive alors à la conclusion, plutôt imprévue, que la triple liaison a un pouvoir chromophorique notablement plus grand que celui de la double liaison.

Cette suprématie de la triple liaison ne se maintient pas, il est vrai, dans les trois autres colorants, IV, V et VIII, où la double liaison reprend l'avantage : celle-ci marque, sur sa concurrente, des avances de 150 et 50 Å





pour les colorants IV et V (*fig.* 1 et 2 et tableau A), correspondant aux sels de fuchsonimonium, I, et de 200 Å pour le colorant VIII, correspondant au violet cristallisé, III (*fig.* 5 et tableau A).

On se trouve ainsi fort embarrassé pour décider quel est, de l'éthynylène ou du vinylène, le chromophore le plus puissant, ou même seulement pour faire ressortir quelque régularité dans les intensités des écarts entre leurs effets.

Plus irréguliers encore sont les déplacements des deuxièmes bandes comme le montrent les courbes d'absorption (*fig.* 1, 2, 3, 4 et 5) et le tableau B, irrégularités qui affectent d'ailleurs les nuances des couleurs des solutions.

Ayant conclu antérieurement [1] que la triple liaison avait un pouvoir bathochrome élevé, nous sommes en mesure maintenant d'affirmer qu'elle est comparable en puissance chromophorique à la liaison éthylénique, lui laissant parfois la supériorité, mais la dominant aussi à l'occasion.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Sur l'existence ancienne en Afrique équatoriale, au sud de la cuvette centrale du Congo, d'un désert intégral dont il subsiste des reliques appartenant au règne végétal.* Note de M. **Auguste Chevalier**.

Au cours du voyage que je viens de faire en Afrique équatoriale dans une partie des pays situés entre le 8° de latitude Nord (Oubangui-Chari et Haute-Sangha) et le 4° de latitude Sud (environs de Brazzaville et de Pointe-Noire, bassins du Bas-Congo et du Niari, plateaux Batéké), j'ai été frappé par l'importance qu'ont prises, dans ces pays depuis 50 ans, les savanes herbeuses brûlées chaque année deux ou trois fois pendant la saison sèche et où n'existent plus, en diverses régions, les arbustes et petits arbres rabougris qui y vivaient encore lors de mon premier voyage en 1902-1904. On peut voyager aujourd'hui sur des dizaines de kilomètres sans voir, près de la route, le moindre arbuste. La plus grande partie des galeries forestières elles-mêmes ont disparu, soit qu'on ait coupé arbres et arbustes, soit que tout ait été détruit par les feux de brousse. En ces régions, il tombe encore actuellement de 1,50 m à 1,70 m de pluie par an. La vocation climatique est donc la forêt dense équatoriale. En saison des pluies, époque à laquelle j'ai traversé le Moyen Congo, on n'aperçoit de toutes parts qu'une mer immense de hautes herbes s'élevant au moment de la floraison de 1 m à 3 m de haut suivant les espèces et les terrains. J'ai recueilli, au cours de mon voyage, environ 300 espèces de Graminées formant le fond de la végétation de cet océan de hautes herbes qui s'étend presque jusqu'à l'Équateur, à proximité de la rive française du Congo et qui, par le bassin du Niari et Pointe-Noire, rejoint aussi les savanes herbeuses du littoral recouvrant d'anciennes dunes. La forêt dense recule d'année en année et la savane herbeuse substituée à la steppe arborée progresse constamment. Elle recouvre déjà des millions de kilomètres carrés tant au Sud qu'au Nord de l'Équateur. J'ai eu l'avantage de voir, il y a 48 ans, ces pays; on y voyait déjà de grandes savanes herbeuses, mais elles

étaient encore arborées çà et là; les feux de brousse existaient déjà, mais ils n'avaient pas complètement mutilé ou détruit les arbustes et petits arbres vivant dans ces savanes. En 1902, j'étudiai aux environs de Brazzaville les plantes à latex qui vivaient dans ces savanes. Il existait, à travers les herbes, trois espèces d'Apocynées de très petite taille (les parties aériennes n'avaient que 20 cm à 50 cm au-dessus du sol). Le caoutchouc était renfermé dans les rhizomes souterrains qu'on arrachait pour en retirer le latex. Ces trois plantes étaient : 1° *Landolphia humilis* K. Schum.; 2° *L. thollonii* Dewèvre; 3° *Carpodinus lanceolata* K. Schum. (celui-ci donnant une résine gluante, mais pas un vrai caoutchouc); une quatrième espèce qui donne du caoutchouc, *Clitandra henriquesiana* K. Schum. vit dans l'Angola, mais ne pénètre pas au Congo. Je publiai, en 1902 puis en 1913, des notes attribuant le nanisme de ces plantes et d'autres espèces que j'observai ensuite dans l'Oubangui-Chari, à l'action des feux de brousse (1).

A la suite du voyage que je viens de faire, j'ai constaté que toutes les plantes ligneuses naines vivant parmi les herbes n'ont pas la même origine. Il existe effectivement des plantes mutilées par les feux, qui se maintiennent en produisant de forts rhizomes développant chaque année des pousses qui fleurissent presque aussitôt et fructifient parfois. Si le feu de brousse ne sévit pas pendant plusieurs années, les parties aériennes grandissent et s'élèvent chez certaines espèces à plusieurs mètres; diverses Landolphiées naines à caoutchouc (*L. humilis*, etc.) acquièrent alors des vrilles et redeviennent de véritables lianes à caoutchouc.

Il existe aussi parmi les herbes d'autres espèces ligneuses naines qui restent toujours minuscules, même si le feu ne sévit pas. Il en est même dont la partie aérienne se développe chaque année. A ce groupe appartiennent les deux plantes citées plus haut : *Landolphia thollonii* et *Carpodinus lanceolata*. Nous avons observé, au cours du voyage récent, d'autres arbrisseaux nains rappelant ceux des déserts ou de la toundra. Un des plus remarquables est une Rosacée du genre *Parinarium* auquel appartiennent quelques espèces de grands arbres de la forêt équatoriale. Notre plante n'a que 15 à 30 cm de haut, ses tiges, très grêles, meurent chaque année, mais les rhizomes sur lesquels s'insèrent ces tiges sont vivaces. Cette plante que nous avons trouvée aux environs de Brazzaville avait déjà été recueillie par Thollon, compagnon de Brazza, dès 1885, sous l'Équateur même et nommée par Baillon *Parinarium nanum*; elle a, depuis, reçu le nom de *P. congoense* Engler. Ce qui est extraordinaire c'est que ce *Parinarium* nain est très proche de *P. excelsum* et *P. curatellifolium* qui sont

---

(1) *Comptes rendus* 135, 1902, p. 512. *Études sur la Flore de l'Afrique Centrale française*, 1913, p. 188-193.

des arbres de forêt. Le dernier, parfois, s'est nanisé par le feu de brousse, mais il a encore 5 à 10 m de haut.

Dans les savanes herbeuses du Congo on trouve aussi, parmi les Graminées, quelques plantes charnues et des éphémérophytes dont une très remarquable du genre *Ilysanthes* (Scrophulariée) qui fleurit et fructifie 8 jours après la germination. Toutes les plantes que nous venons de citer présentent l'écologie de la végétation des déserts chauds très arides. Quant aux herbes, peu sont endémiques, la plupart sont venues de diverses régions des pays tropicaux et elles ont colonisé des places libres.

M. J. Trochain (*Encyclopédie de l'A. E. F.*, 1950, p. 136) s'appuyant sur les travaux de T. Monod, A. Aubréville, J. Lebrun, rapporte que les modifications du climat à la fin du tertiaire ont amené la substitution au manteau forestier d'une flore de savanes et il cite, parmi les facteurs intervenus, l'apparition d'écotypes nés sur place d'une stirpe sylvicole.

Non seulement je partage ces vues [2], mais les observations que je viens de faire m'amènent à penser qu'il a existé, au centre de l'Afrique, à une époque indéterminée, un grand désert très aride situé au Nord et à l'Ouest de la mer intérieure dans lequel venaient se jeter le Congo, la Sangha, l'Oubangui, le Kasaï, le Niari, etc. Des amoncellements de sables, d'autres éléments d'érosion notamment de l'argile avaient été déversés sur les régions voisines et avaient formé des dunes et des plateaux dont on trouve encore des traces sur des terrains plus anciens. Ce désert possédait une flore xérothermique qui simulait celle du Sahara actuel, mais était, semble-t-il, d'origine australe; il subsiste encore un certain nombre de reliques qui rappellent la flore actuelle du Kalahari, près du lac Ngami.

Les géologues ont, du reste, donné le nom de Kalahari (*cf.* M. Nicklès, *Encyclopédie* citée, p. 158) à ce terrain, d'origine continentale, qui couvrait, non seulement le Pays Batéké actuel, mais chevauchait sur les terrains anciens voisins, allant jusqu'à l'Équateur vers le Nord, au Sud vers l'Angola et au Sud-Ouest il regagnait les dunes, longeant l'Atlantique. Dans ces régions, on trouve encore çà et là des reliques de la flore xérothermique qui se sont adaptées au climat actuel et même aux feux de brousse.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Pouvoir rotatoire magnétique du sulfure de carbone à basse température.* Note de MM. **René de Mallemann**, **François Suhner** et **André Malevergne**.

La variation thermique de la Constante de Verdet Λ du sulfure de carbone entre 0 et 40°, pour la radiation $\lambda = 589\,m\mu$, est connue avec précision

---

(2) Il s'agit toutefois de savoir si en Afrique tropicale occidentale la végétation forestière a précédé la flore xérothermophile.

depuis les mesures de Rodger et Waston. D'après les nombres de ces auteurs, rassemblés dans la formule :

$$\Lambda = 0,04347 - 0,0000737\ t.\ (\text{min}),$$

la rotation *spécifique* $[\Lambda]$ *décroîtrait* de $0',03362$ à $0',03288$ quand la température passe de 0 à 40°, et, des valeurs connues de l'indice n, on peut déduire que la *rotativité* $[\Omega]_M$ varie régulièrement de $1',712$ à $1',716$ entre ces mêmes limites : $[\Omega]$ augmenterait donc légèrement, mais sa variation relative serait nettement inférieure à celle de $[\Lambda]$.

Néanmoins, l'intervalle de température exploré par Rodger et Waston est trop restreint pour une comparaison réellement significative.

Nous avons donc procédé à une série d'observations pour des températures allant de + 20° à — 80°; les mesures comprennent celles de : 1° la *rotation* Λ; 2° la *densité* d; 3° *l'indice de réfraction* n. La technique a été décrite récemment dans une Note relative à l'oxyde de méthyle (1).

Le tableau ci-dessous fait connaître l'ensemble des résultats pour $\lambda = 578\,\text{m}\mu$. ($\rho_M$ désigne le pouvoir rotatoire moléculaire *rapporté à celui de l'eau à* 20°).

$t°$.	$d_{t/4°}$.	n_t.	$\Lambda_t.10^2$ (min).	$[\Lambda].10^2$ (min).	ρ_M.	$[\Lambda]_M.10^5$ (rad).	$[\Omega].10^2$ (min).	$[\Omega]_M.10^5$ (rad).
—80....	1,389	1,7145	5,253	3,771	11,66	83,50	2,387	52,86
—70....	1,381	1,7064	5,167	3,740	11,57	82,82	2,382	52,75
—60....	1,3695	1,6983	5,077	3,709	11,47	82,13	2,377	52,64
—50....	1,357	1,6904	4,991	3,678	11,37	81,45	2,372	52,52
—40....	1,346	1,6821	4,902	3,647	11,28	80,76	2,367	52,41
—30....	1,333	1,6739	4,816	3,616	11,18	80,08	2,362	52,29
—20....	1,319	1,6650	4,727	3,585	11,09	79,39	2,3565	52,18
—10....	1,3065	1,6562	4,641	3,555	10,99	78,71	2,353	52,11
0....	1,292	1,6477	4,555	3,5235	10,90	78,02	2,351	52,06
20....	1,2635	1,6300	4,400	3,481	10,77	77,11	2,354	52,14

D'après nos mesures, $[\Omega]$ *décroîtrait* nettement de — 80° à 0° pour *croître* au delà et ce changement d'allure de la courbe, aux environs de 0°, s'accorde avec le résultat indiqué plus haut. Cependant, *alors que dans cet intervalle de* 100°, *la variation de la rotation spécifique* (*ou moléculaire*) *dépasse* 8 %, *la rotativité est constante à* 1,4 % *près.*

La valeur moyenne $[\Omega]_M = 52.10^{-5}$ (rad) serait néanmoins supérieure (de 4 %) au nombre $49,9.10^{-5}$ déduit des mesures faites par P. Gabiano et l'un de nous à partir du CS^2 *en vapeur*, à 75°. Mais ces observations, déjà anciennes (2), n'offraient pas toutes les garanties de notre technique actuelle et des dispositions sont prises pour les contrôler.

---

(1) *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 1385.

(2) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 487; *Ann. de Phys.*, **20**, 1933, p. 68-131.

M. **Albert Michel-Lévy** fait hommage à l'Académie de son Mémoire intitulé : *Reproduction artificielle de minéraux silicatés à haute pression. Métamorphisme artificiel des roches*, et de divers tirages à part de ses travaux.

L'Ouvrage suivant est présenté par M. **Auguste Chevalier** :

Flore de Madagascar et des Comores (*Plantes vasculaires*). Familles 1-4, 21-22, 41-43, 44-44 *bis*, 72-76, 81, 104-105, 108, 123, 132-134, 135-136, 142, 146, 154-155.

COMMISSIONS.

Par la majorité des suffrages, MM. **Jacques Hadamard, Charles Maurain**, pour la Division des Sciences mathématiques; **Maurice Caullery, Louis Blaringhem**, pour la Division des Sciences physiques; **Pierre Lejay, Gaston Dupouy**, pour la Division des Membres non résidants, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *Lucien Cuénot*.

DÉSIGNATIONS.

M. **Maurice Javillier** est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du médaillon qui sera apposé, le 9 juin 1951, sur la maison où habita **Eugène Chevreul**, à l'Haÿ-les-Roses.

CORRESPONDANCE.

M. **Émile Guyénot** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *Lucien Cuénot*.

L'Académie est informée de la réunion à Lille, du 22 au 28 juin 1951, du **XIIe Congrès national d'habitation et d'urbanisme** et du **Congrès national 1951 des organismes d'habitations a loyer modéré**.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Institut des Parcs nationaux du Congo belge. Exploration du Parc national de l'Upemba. *Mission G. F. de Witte*, en collaboration avec *W. Adam, A. Janssens, L. Van Meel et R. Verheyen* (1946-1949). Fascicule 3.

Il signale également un Ouvrage polycopié :

Organisation météorologique internationale. Sous-Commission pour la comparaison des radiosondes. *Comparaison mondiale des radiosondes. Acte final de la première expérience à la Station aérologique de Payerne* (*Suisse*) (8 *au* 30 *mai* 1950), en trois volumes. Volumes I et II.

ALGÈBRE. — *Corps valués quasi algébriquement clos.*

Note de M. **Pierre Samuel**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Un corps K est dit quasi algébriquement clos (q. a. c.) [1] si toute équation homogène de degré d à s inconnues sur K telle que $d<s$ admet une solution non triviale dans K.

Théorème 1. — *Si k est un corps algébriquement clos, les corps $k(T)$ et $K=k((T))$ des fractions rationnelles* [2] *et des séries formelles à une variable sur k sont q. a. c.*

Soit $F(X_1, \ldots, X_s)$ une forme de degré $d<s$ sur K. Nous pouvons supposer que ses coefficients sont des séries à exposants positifs. Il s'agit de montrer l'existence d'une solution $(x_1, \ldots, x_s)$ de $F(X)=0$ en séries à exposants positifs, dont l'une au moins est d'ordre 0 pour la valuation classique de K. Soit $F_n(X)$ la forme obtenue à partir de $F(X)$ en supprimant de ses coefficients tous les termes en T^m pour $m \geqq n$. L'équation $F_n(X)=0$ a une solution non triviale $(P_i(T))$, les P_i étant des polynomes de degrés $\leqq n+1-s$: en effet la relation $F(P_i(T))=0$ se traduit par $d(n+1-s)+n$ équations homogènes entre les $s(n+2-s)$ coefficients des P_i, et l'on a $d(n+1-s)+n<s(n+2-s)$ puisque $d<s$; ceci donne le théorème de Tsen pour $k(T)$ [2]. On peut supposer que l'un des $P_i(T)$ est d'ordre 0. Soit alors E_n l'espace (de dim. ns) des s-uples de polynomes de degrés $\leqq n-1$ sur k; pour $j \geqq n$ notons p_{nj} la projection canonique de E_j sur E_n. Les s-uples de polynomes $x_i(T)$ de degrés $\leqq n-1$ qui sont solutions de la congruence $F(X) \equiv 0 \pmod{T^n}$ forment un cône algébrique B_n dans E_n. Ce qui précède montre que $p_{0n}(B_n)$ est $\neq (0)$. Pour n fixe et $j \geqq n$, les $p_{nj}(B_j)$ forment donc une suite décroissante de cônes algébriques $\neq (0)$ de E_n. Par conséquent leur intersection C_n est $\neq (0)$, et l'on a $p_{ij}(C_j)=C_i$. On peut donc former s suites « cohérentes » de polynomes $(x_{kn}(T))$ avec $(x_{kn}(T)) \in C_n$ pour tout n. Les séries formelles $x_k(T)$ limites des $x_{kn}(T)$ fournissent la solution cherchée.

On peut conjecturer le résultat plus général : si L est un corps valué q. a. c. à valuation discrète, le complété de L est q. a. c.

---

(1) Chevalley, *Abh. Math. Sem. Hamb.*, 11, 1935, p. 73-75.

(2) Tsen, *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen*, II, 48, 1933, p. 335-339.

Théorème 2. — *Le corps* K *des séries formelles à coefficients complexes qui convergent au voisinage de l'origine est* $q.\ a.\ c.$

Soit $R(X_1, \ldots, X_s)$ une forme de degré $d < s$ sur K; écrivons

$$R(X) = F(X, T),$$

F étant une série à coefficients complexes. Pour $|t|$ assez petit l'équation

$$F(x, t) = 0$$

définit une variété analytique V. Soit $\overline{V}$ la « variété algébroïde » de même équation (les guillemets indiquent les notions considérées au sens des séries formelles, sans tenir compte de la convergence). Le théorème 1 fournit une « courbe » $\overline{C}[X_i = x_i(T)]$ située sur $\overline{V}$. Nous passons à partir de là à l'espace affine. En remplaçant $\overline{V}$ par son ensemble singulier, et ainsi de suite autant qu'il sera nécessaire, on obtient une « variété » $\overline{W}^u$ contenant $\overline{C}$ et dont « l'ensemble singulier » ne contient pas $\overline{C}$. Par « projection générique » (les nouvelles variables étant T et u combinaisons linéaires Y_j des X_i dont les coefficients sont des nombres complexes algébriquement indépendants sur un corps de définition de $\overline{W}$ et $\overline{C}$), on obtient une « variété » $\overline{P}$ définie par *une* équation $G(Y_1, \ldots, Y_u, T) = 0$. On remarque que G est un polynome en les Y_j dont les coefficients sont des séries convergentes en T, qu'il existe u séries formelles $y_j(T)$ telles que $G[y_1(T), \ldots, y_u(T), T] = 0$, et que l'un au moins des $(\partial G/\partial Y_i)[y(T), T]$ est $\neq 0$ (puisqu'on a évité les points singuliers). Soit q le plus petit des ordres des $(\partial G/\partial Y_i)[y(T), T]$, et j un indice pour lequel ce minimum est atteint. Prenons $n > q$, et soit $y_i^{(n)}(T)$ le polynome de degré $n - 1$ section de $y_i(T)$. Considérons l'équation $G[y_1^{(n)}(T) + T^n Z_1, \ldots, y_u^{(n)}(T) + T^n Z_u, T) = 0$. Elle s'écrit

$$(1)\qquad G[y^{(n)}(T), T] + T^n \sum_{i=1}^{u} Z_i \frac{\partial G}{\partial Y_i}[y^{(n)}(T), T] + T^{2n} H(Z, T) = 0.$$

Comme elle a une solution en séries formelles $z_i(T)$, $G[y^{(n)}(T), T]$ est d'ordre $\geq n + q$. Divisons alors par T^{n+q} et prenons tous les Z_i nuls sauf Z_j. On obtient une équation de la forme

$$(2)\qquad a(T) + Z_j b(T) + T^{n-q} Z_j^2 S(Z_j, T) = 0,$$

où $a(T)$ et $b(T)$ sont des séries convergentes, où $b(0) \neq 0$, et où S est un polynome en Z_j dont les coefficients sont des séries convergentes en T. Le théorème des fonctions implicites fournit une solution convergente $z_j(T)$ de (2). D'où une solution de $G(Y, T) = 0$ en séries convergentes, et, en remontant de P à $\overline{W}$, une solution en séries convergentes de $F(X, T) = 0$.

C. Q. F. D.

Le théorème 2 reste valable si l'on remplace le corps des nombres complexes par un corps valué complet algébriquement clos quelconque.

Les théorèmes 1 et 2 admettent une sorte de réciproque :

THÉORÈME 3. — *Si un corps valué à valuation discrète* K *est q. a. c., son corps des restes k est algébriquement clos.*

Soient $f(X)$ un polynome de degré d sur k, $F(X, Y)$ la forme obtenue en rendant f homogène, t un élément d'ordre 1 de K, et $G(X, Y)$ une forme de degré d sur K donnant F par réduction mod t. L'équation homogène

$$G(X_0, Y_0) + tG(X_1, Y_1) + \ldots + t^{d-1}G(X_{d-1}, Y_{d-1}) = 0$$

a une solution non triviale $(x_0, y_0, \ldots, x_{d-1}, y_{d-1})$ dans K par hypothèse. On peut supposer que le plus petit des ordres des x_i et y_i est 0; soit j le plus petit indice pour lequel cet ordre est atteint; par division par t^j on obtient

$$G(x_j, y_j) \equiv 0 \quad (\text{mod}\, t).$$

D'où une solution, dans k, de $f(X) = 0$. C. Q. F. D.

ALGÈBRE. — *Sur les équivalences régulières dans les demi-groupes.* Note de M[lle] **Marianne Teissier**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit, dans un demi-groupe D, un complexe quelconque A; nous étudions : 1° les équivalences régulières pour lesquelles A est *indivisible*, c'est-à-dire contenu dans *une* classe; 2° les équivalences régulières pour lesquelles A est *saturé*, c'est-à-dire réunion de classes.

1. Parmi les équivalences régulières de D pour lesquelles le complexe A est indivisible (équivalences $\mathcal{H}_A$), il existe une équivalence maximum triviale (l'équivalence universelle). Construisons l'équivalence minimum $\mathcal{E}_A$, intersection des $\mathcal{H}_A$.

$D^\star$ étant le demi-groupe obtenu en adjoignant à D un élément-unité bilatère e (on peut avoir $D = D^\star$), deux complexes xAy et $x'Ay'(x, y, x', y' \in D)$ sont dits *enchaînés* s'il existe une suite finie de complexes xAy, $x_1Ay_1, \ldots, x_nAy_n$, $x'Ay'(x_i, y_i \in D^\star)$ dans laquelle deux complexes consécutifs se coupent. On définit $\mathcal{E}_A$ dans D de la manière suivante :

1° Tout élément de D n'appartenant pas à l'idéal bilatère $D^\star AD^\star$ forme à lui seul une classe;

2° Deux éléments de $D^\star AD^\star$ appartiennent à la même classe si et seulement s'ils appartiennent au même complexe xAy, ou à deux complexes xAy et $x'Ay'$ enchaînés.

Nous pouvons écrire

$$a \equiv a(\mathcal{E}_A)$$
$$a \neq b \rightarrow [a \equiv b(\mathcal{E}_A) \rightleftharpoons (a = x\alpha y,\; x\alpha_1 y = x_1\alpha_2 y_1,\; x_1\alpha_3 y_1 = x_2\alpha_4 y_2 \ldots x_n\alpha_{2n+1} y_n = b)]$$
$$(x_i,\, y_i \in D^\star,\; \alpha_i \in A).$$

Nous avons bien une partition de D; $\mathcal{E}_A$ est régulière, A est indivisible (puisque $A = eAe$); et $\mathcal{E}_A$ est contenue dans toutes les équivalences $\mathcal{H}_A$, car un complexe xAy et tous les complexes $x'Ay'$ qui lui sont enchaînés appartiennent nécessairement à la même classe modulo $\mathcal{H}_A$. De plus, A est indivisible modulo toutes les équivalences régulières qui contiennent $\mathcal{E}_A$; ce sont donc des équivalences $\mathcal{H}_A$; donc :

Les équivalences $\mathcal{H}_A$ sont toutes les équivalences régulières qui contiennent $\mathcal{E}_A$.

Théorème d'isomorphisme. — $D' = D/\mathcal{E}_A$ est un demi-groupe homomorphe à D; il existe une correspondance biunivoque conservant l'inclusion entre l'ensemble des équivalences régulières $\mathcal{H}'$ de D′ et l'ensemble des équivalences $\mathcal{H}_A$, qui sont les équivalences induites dans D par les $\mathcal{H}'$ [pour une $\mathcal{H}'$ particulière et l'équivalence $\mathcal{H}_A$ qu'elle induit, les ensembles-quotients $D'/\mathcal{H}'$ et $D/\mathcal{H}_A$ sont isomorphes (¹)].

2. Parmi les équivalences régulières de D pour lesquelles le complexe A est saturé (équivalences $\mathcal{K}_A$), il existe une équivalence minimum triviale (l'égalité). L'équivalence maximum $\mathfrak{M}_A$ est définie de la manière suivante :

$$a \equiv b(\mathfrak{M}_A) \rightleftharpoons [xay \in A \rightleftharpoons xby \in A] \quad x, y \in D^*.$$

Nous avons bien une partition de D (la réunion des idéaux bilatères ne coupant pas A, qui est le plus grand idéal ayant cette propriété, forme une classe appelée *résidu* de A); cette équivalence est régulière; A est saturé ($a \equiv b$, $a \in A \rightarrow eae \in A \rightarrow b = ebe \in A$) et toute équivalence régulière pour laquelle A est saturé est contenue dans $\mathfrak{M}_A$; inversement A est saturé modulo toute équivalence régulière contenue dans $\mathfrak{M}_A$.

Les équivalences $\mathcal{K}_A$ sont donc toutes les équivalences régulières contenues dans $\mathfrak{M}_A$.

Cas où A *est une classe.* — Pour qu'il existe une équivalence régulière dans laquelle A soit une classe, il faut et il suffit que

$$\mathcal{C}. \qquad xAy \cap A \neq 0 \rightarrow xAy \subseteq A \qquad (x, y \in D^*).$$

La condition est *nécessaire* : une classe contenant A (ici A lui-même) doit contenir tout complexe xAy enchaîné avec A; elle est *suffisante* : A vérifiant $\mathcal{C}$ est la réunion de tous les complexes qui lui sont enchaînés, donc est une classe modulo $\mathcal{E}_A$. De plus, A est une classe modulo $\mathfrak{M}_A$, car pour $a, b \in A$

$$xay \in A \rightarrow xAy \cap A \neq 0 \rightarrow xAy \subseteq A \rightarrow xby \in A, \quad \text{et inversement.}$$

La famille des équivalences régulières pour lesquelles A est une classe (équivalences $\mathcal{C}_A$), c'est-à-dire pour lesquelles A est indivisible et saturé, est l'intersection des familles $\mathcal{H}_A$ et $\mathcal{K}_A$. Les équivalences $\mathcal{C}_A$ sont toutes les équi-

(¹) *Cf.* P. Dubreil, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 239-241.

valences contenant $\mathcal{E}_A$ et contenues dans $\mathcal{M}_A$; la condition $\mathcal{E}_A \subseteq \mathcal{M}_A$ est équivalente à la condition $\mathcal{C}$.

Remarque. — Si un complexe A est indivisible (ou saturé) modulo les équivalences régulières $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$, A est indivisible (ou saturé) modulo les équivalences régulières $\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_1 \times \mathcal{R}_2$. Chacune des familles d'équivalences $\mathcal{H}_A$, $\mathcal{K}_A$, $\mathcal{L}_A$ est donc un sous-treillis du treillis des équivalences régulières de D. La famille $\mathcal{K}_A$ est un idéal et la famille $\mathcal{H}_A$ un idéal dual au sens de la théorie des treillis (²).

Cas où $\mathcal{E}_A = \mathcal{M}_A$. — A est nécessairement une classe; si $D' = D/\mathcal{E}_A$, d'après le théorème d'isomorphisme $D/\mathcal{M}_A \simeq D'/\mathcal{M}'_a$, a étant l'image de A dans D′ et $\mathcal{M}'$ défini dans D′ comme $\mathcal{M}$ dans D. Pour que $\mathcal{E}_A = \mathcal{M}_A$, c'est-à-dire pour qu'il existe une seule équivalence dans laquelle A soit une classe, il faut et il suffit que $\mathcal{M}'_a$ soit l'égalité dans D′, c'est-à-dire que

$$b,\, c \in D', \quad b \neq c \rightarrow \exists\, x,\, y \in D'^{*} : xby = a \quad \text{et} \quad xcy \neq a,$$

sauf peut-être si $b = \varpi$, image du résidu de A. Cette condition est vérifiée en particulier : si D′ est un semi-groupe (donc si $\mathcal{E}_A$ est simplifiable); et si D′ est un pseudo-semi-groupe, l'élément permis étant ϖ (³).

ALGÈBRE. — *Sur un domaine à trois opérations.*

Note de M. **Jacques Lévy-Bruhl**, présentée par M. Jean Chazy.

I. Définition du domaine D. — 1. D est un module, sur lequel on peut définir deux structures d'anneau par la donnée de deux lois de multiplication internes :

multiplication intérieure notée par . (que nous pourrons omettre) ;

multiplication extérieure notée par &.

2° D contient deux espaces vectoriels sur un corps K de caractéristique 0 : U et V, éventuellement confondus, et l'on a :

$$(1) \qquad (a_1 \,\&\, a_2,\, \ldots,\, \&\, a_k).(b_1 \,\&\, b_2,\, \&\, b_k) = \Sigma(a_1 b_{i_1} \,\&\, a_2 b_{i_2} \,\&,\, a_k b_{i_k}),$$

tous les a_i appartenant à un de ces deux espaces vectoriels, U par exemple, les b_i appartenant soit à U, soit à V, et la somme du deuxième membre étant étendue à toutes les permutations $i_1, \ldots, i_k$ des entiers 1 à k, et appartenant à D.

II. Élément quasi neutre a droite. — Il y a intérêt à adjoindre à D un élément L, que nous nommerons quasi neutre à droite, défini par les axiomes suivants :

1° Le produit extérieur de n facteurs égaux à I, noté $I^{\& n} = n\,!\,I$;

2° $A \,\&\, I = I \,\&\, A$, quel que soit A dans D;

(²) *Cf.* G. Birkhoff, *Lattice theory*, p. 21.

(³) *Cf.* P. Dubreil, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 63, p. 25.

3° $I.I = I$;

4° $I.v = 0$, si v est dans V.

Quoique I ne puisse appartenir à D, en vertu de la non-associativité de (II, 1), son introduction est justifiée par le

THÉORÈME. — *Le produit intérieur* P.Q, *où*

$$P = u_1 \& \ldots \& u_{p_1}, \qquad u_i \in U,$$
$$Q = v_1 \& \ldots \& v_{p_2}, \qquad v_j \in V,$$

et

$$p_2 \geqq p_1$$

peut s'effectuer par la formule (I), *à condition de multiplier au préalable extérieurement* P *par* $I^{\&(p_2-p_1+n)}$ *et* Q *par* $I^{\&n}$, *quel que soit n entier positif.*

Pour effectuer le produit P.Q, où $p_1 < p_2$, on introduira un élément quasi neutre à gauche J, satisfaisant aux trois premiers axiomes II et où II, 4° est remplacé par $u.J = 0$, si u est dans U.

III. EXEMPLES DE DOMAINES D. — 1° *Opérateurs de dérivation.* — V est l'ensemble des fonctions de n variables indéfiniment dérivables. U est l'ensemble des opérateurs de dérivation par rapport aux variables. La multiplication extérieure est le produit ordinaire, la multiplication intérieure est le produit symbolique des opérateurs de dérivation. L'élément quasi neutre à gauche est égal à 1.

2. *Matrices carrées d'ordre n.* — Les deux espaces vectoriels U et V sont confondus avec l'espace vectoriel des matrices d'ordre n sur un corps commutatif K de caractéristique nulle. Le produit intérieur de deux matrices est le produit matriciel ordinaire.

Si ε_p^q désigne la matrice carrée d'ordre n, ayant tous ses éléments nuls, sauf l'intersection de la $p^{\text{ième}}$ ligne de la $q^{\text{ième}}$ colonne qui vaut un, le produit extérieur ε_p^q et $\varepsilon_{p'}^{q'}$ se transforme par définition en son opposé, si l'on permute les deux indices supérieurs ou les deux indices inférieurs. Cette multiplication extérieure est commutative.

Il existe un domaine D défini par l'addition, et les multiplications intérieure et extérieure. D est le produit tensoriel de deux algèbres extérieures construites sur deux espaces vectoriels sur K.

Le produit extérieur des n matrices carrées d'ordre n, qu'on peut écrire sous forme de déterminant à trois indices, est invariant si l'on effectue sur tous ses facteurs une même transmutation, ou si l'on multiplie chaque facteur par une même matrice de déterminant un.

La puissance extérieure $n^{\text{ième}}$ d'une matrice carrée d'ordre n est le produit par $n!$ du déterminant de cette matrice. On retrouve que le déterminant d'un produit de matrices est le produit des déterminants des facteurs.

On peut calculer un déterminant en groupant arbitrairement les éléments

de la matrice associée, et en formant la puissance extérieure $n^{\text{ième}}$ de la somme ainsi obtenue. On retrouve ainsi en particulier le développement de Laplace.

Le rang d'une matrice A est le plus grand entier k, tel que $A^{\&k} \neq 0$.

Les traces successives d'une matrice, égales à $E^{\&k} \& A^{\&(n-k)}$, sont les coefficients de l'équation caractéristique de A : $(A - tE)^{\&n} = 0$.

Par l'introduction de l'élément quasi neutre, on voit que, si T et T′ sont deux éléments de D, et X une matrice, les relations $T.X = 0$ et $T'.X = 0$ entraînent $(T \& T').X = 0$. Donc, si une matrice vérifie $f(t) = 0$ et $g(t) = 0$, f et g polynomes en t à coefficients dans D, elle vérifie $f(t) \& g(t) = 0$. On retrouve un théorème de Philips, et la formule de Cayley-Hamilton comme cas particuliers.

3. *Fonctions symétriques de n variables.* — Si $x_1, \ldots, x_n$ sont les racines de l'équation caractéristique de A : $(A^{\alpha_1} \& A^{\alpha_2} \& A^{\alpha_n}) = S(x_1^{\alpha_1}.x_n^{\alpha_n})$, la somme S étant étendue à toutes les permutations de $x_1, \ldots, x_n$. Il y a donc isomorphisme entre les produits extérieurs des puissances d'une même matrice, et les polynomes symétriques complets de n variables. Des identités obtenues par la formule (1), ou par dérivation par rapport à la matrice A, peuvent simplifier le calcul des fonctions symétriques.

Les résultats se généralisent pour plusieurs séries de variables.

Pour que $(A^{k_1} \& \ldots A^{k_n})(B^{l_1} \& \ldots \& B^{l_n}) = (A^{l_1} \& \ldots \& A^{l_n})(B^{k_1} \& \quad B^{k_n})$ chaque fois qu'on a $k_1 + \ldots + k_n = l_1 + \ldots + l_n$, il faut et il suffit que les matrices A et B aient deux équations caractéristiques ayant des racines proportionnelles. Il suffit donc de la vérifier pour les expressions correspondant aux fonctions symétriques élémentaires des racines, pour qu'elles soient vraies quel que soit $k_1 + \ldots + k_n$.

Grâce à cette remarque, on retrouve simplement les résultats obtenus [1] par M. J. G. Van der Corput, à l'aide d'opérateurs différentiels, qui sont isomorphes à $(A^{\alpha_1} \& \ldots \& A^{\alpha_n})$.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur le groupe exceptionnel* (E_6).

Note de M. **Claude Chevalley**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soient K un corps algébriquement clos de caractéristique 0 et $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie simple de type (E_6) sur K; $\mathfrak{g}$ est donc de dimension 78 et de rang 6. E. Cartan a montré que $\mathfrak{g}$ admet une représentation simple de degré 27, et que l'image de $\mathfrak{g}$ par cette représentation se compose de toutes les transformations infinitésimales X telles que $XF = 0$, F étant une certaine forme cubique à 27 variables dont il a donné l'expression explicite; il a de plus observé que la variété projective dont on obtient les équations en annulant toutes les déri-

(1) *Math. Centrum, Scriptum* 3, Amsterdam, 1950.

vées partielles de F est de dimension 16. Nous allons donner une interprétation de la forme F.

Nous utiliserons les notations suivantes : V sera un espace vectoriel de dimension 6 sur K, V^* le dual de V, E et E^* les algèbres extérieures sur V et V^*, E_p et E_p^* les espaces d'éléments homogènes de degré p de E et de E^*. Nous désignerons par $< u, u^* >$ la forme bilinéaire sur $E \times E^*$ définie par les conditions suivantes : $< u, u^* > = 0$ si $u \in E_p$, $u^* \in E_q^*$ et $p \neq q$; si $x_1, \ldots, x_p$ sont dans V et $x_1^*, \ldots, x_p^*$ dans V^*, $< x_1 \ldots x_p, x_p^* \ldots x_1^* >$ est le déterminant de la matrice $(x_j^*(x_i))_{1 \leq i, j \leq p}$ (¹). Nous désignerons par e un élément $\neq 0$ de E_6, choisi une fois pour toutes, et par e^* l'élément de E_6^* tel que $< e, e^* > = 1$. La donnée de e permet de définir sur E une opération de produit régressif : à tout $u \in E$ on fait correspondre l'élément u^* de E^* tel que $< v, u^* > = < vu, e^* >$ pour tout $v \in E$, et le produit régressif $u \vee w$ est défini par $(u \vee w)^* = u^* w^*$. Si $u \in E_p$ et $w \in E_q$, on a $u \vee w \in E_{p+q-n}$; si $p + q = n$, $u \vee w$ est un scalaire et l'on a $wu = (u \vee w)e$.

Nous désignerons par W l'espace $V \times V \times E_4$, de dimension 27. Si $w = (x, y, a)$ est un point de cet espace, nous poserons

$$F(w) = 6xy \vee a + a \vee a \vee a ;$$

F est une forme cubique sur W. Nous désignerons par $F(w, w', w'')$ la forme trilinéaire symétrique telle que $F(w, w, w) = F(w)$. Nous dirons que F est harmonique par rapport à un endomorphisme X de W si l'on a l'identité $F(w, w, Xw) = 0$ pour tout w (c'est-à-dire si X, considéré comme transformation infinitésimale, annule F). Les endomorphismes X qui jouissent de cette propriété forment une algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ qui est de type (E_6). Si Y est un endomorphisme de V, soit $\sigma(Y)$ la dérivation de E qui prolonge Y ; soient $\sigma_p(Y)$ la restriction de $\sigma(Y)$ à E_p et $\rho_0(Y)$ l'endomorphisme $(x, y, a) \to [Yx, Yy, \sigma_4(Y)a]$ de W. Si Y est de trace nulle, $\rho_0(Y)$ appartient à $\mathfrak{g}$; on obtient ainsi une sous-algèbre $\mathfrak{a}$ de $\mathfrak{g}$, de type (A_5) et de dimension 35.

Les opérations H_0, X_0, Y_0 définies par

$$H_0(x, y, a) = (x, -y, 0), \quad X_0(x, y, a) = (y, 0, 0), \quad Y_0(x, y, a) = (0, x, 0)$$

appartiennent à $\mathfrak{g}$. Enfin, si u est un élément quelconque de E_3, les opérations $U(u)$ et $U'(u)$ définies par

$$U(u).(x, y, a) = (u \vee a, 0, yu), \quad U'(u).(x, y, a) = (0, -u \vee a, xu)$$

appartiennent à $\mathfrak{g}$. Réciproquement, tout élément de $\mathfrak{g}$ se met d'une manière et d'une seule sous la forme $A + \lambda H_0 + \mu X_0 + \nu Y_0 + U(u) + U'(u')$ avec $A \in \mathfrak{a}$, $\lambda, \mu, \nu \in K$, $u, u' \in E_3$.

(¹) Si u est dans E_p et u^* dans E_p^*, $< u, u^* >$ ne diffère que par le facteur $(-1)^{p(p-1)/2}$ de la valeur en (u, u^*) de la forme bilinéaire canonique sur $E \times E^*$ telle qu'elle est définie dans N. Bourbaki, *Éléments de Mathématique*, Alg., Chap. III.

Soit $\{x_1, \ldots, x_6\}$ une base de V. Ceux des éléments de $\mathfrak{g}$ qui admettent chacun des vecteurs $(x_i, 0, 0)$, $(0, x_i, 0)$ $(1 \leqq i \leqq 6)$ comme vecteurs propres forment une algèbre de Cartan $\mathfrak{h}$ de $\mathfrak{g}$, i. e. une sous-algèbre abélienne maximale dont les éléments sont représentés par des matrices diagonales dans la représentation adjointe de $\mathfrak{g}$ (relativement à une base convenable de $\mathfrak{g}$). L'algèbre $\mathfrak{h} \cap \mathfrak{a}$ se compose des $\rho_0(H)$, où $Hx_i = \lambda_i x_i$ $(1 \leqq i \leqq 6)$, $\sum_{i=1}^{6} \lambda_i = 0$; $\mathfrak{h}$ est somme directe de $\mathfrak{h} \cap \mathfrak{a}$ et de l'espace engendré par H_0. Soit ω_i la fonction linéaire sur $\mathfrak{h}$ telle que $Hx_i = \omega_i[\rho_0(H)]x_i$ si $\rho_0(H) \in \mathfrak{h} \cap \mathfrak{a}$, et $\omega_i(H_0) = 1/3$; soit $\omega_0 = \sum_{i=1}^{6} \omega_i$. Les racines de $\mathfrak{g}$ par rapport à $\mathfrak{h}$ sont les fonctions $\omega_i - \omega_j$ $(1 \leqq i, j \leqq 6)$, $\pm(\omega_i + \omega_j + \omega_k)$ (i, j, k distincts) et $\pm\omega_0$. Les poids de la représentation identique de $\mathfrak{g}$ comme algèbre d'endomorphismes de W sont les fonctions $\omega_i + (1/3)\omega_0$, $\omega_i - (2/3)\omega_0$ $(1 \leqq i \leqq 6)$ et $-\omega_i - \omega_j + (1/3)\omega_0$ $(i \neq j)$; x_i appartient à $\omega_i + (1/3)\omega_0$, $(0, x_i, 0)$ à $\omega_i - (2/3)\omega_0$ et $(0, 0, x_k x_l x_m x_n)$ à $-\omega_i - \omega_j + (1/3)\omega_0$ si

$$\{i, j, k, l, m, n\} = \{1, \ldots, 6\}.$$

L'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ est l'algèbre de Lie du groupe algébrique G de tous les automorphismes s de l'espace W qui laissent la forme F invariante ([2]). Ce groupe est irréductible (i. e. c'est une variété algébrique irréductible). Ses opérations transforment en lui-même le cône $\mathfrak{F}$ d'équation $F = 0$, ainsi que la variété $\mathfrak{S}$ formée des points multiples de $\mathfrak{F}$. Cette dernière est un cône rationnel de dimension 17 et se compose des points (x, y, a) tels que l'on ait

$$xa = 0, \qquad ya = 0, \qquad 2xy + a \vee a = 0.$$

La variété $\mathfrak{S}$ n'a pas de point multiple en dehors de l'origine. La variété linéaire tangente à $\mathfrak{S}$ en un point $w \neq 0$ de cette variété est contenue dans $\mathfrak{F}$; plus généralement, la droite (affine) qui joint deux points de $\mathfrak{S}$ est contenue dans $\mathfrak{F}$. Si c est une constante $\neq 0$, G permute transitivement entre eux les points de l'hypersurface $F = c$; G opère aussi transitivement sur l'ensemble des points simples de $\mathfrak{F}$ ainsi que sur l'ensemble des points $\neq 0$ de $\mathfrak{S}$. Nous nous proposons d'indiquer d'autres propriétés de la variété $\mathfrak{S}$ dans une prochaine Note.

([2]) La théorie de la correspondance entre groupes et algèbres de Lie s'étend au cas où l'on considère des groupes linéaires algébriques sur un corps de base quelconque de caractéristique 0; *cf.* mon ouvrage *Théorie des groupes de Lie*, II, à paraître prochainement à la librairie Hermann.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Algèbres auto-adjointes faiblement fermées et algèbres hilbertiennes de classe finie.* Note (*) de M. **Robert Pallu de la Barrière**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Généralisation au cas d'un centre quelconque de résultats de J. von Neumann sur les facteurs de classe finie et interprétation des résultats à l'aide de la notion d'algèbre hilbertienne.

Soit H un espace de Hilbert, M et M' deux *algèbres faiblement fermées d'opérateurs dans H, supposées de classe finie, C leur invariant à valeur dans $M^{\natural}$ [1]. Un élément $a \in H$ sera dit élément-trace pour M si $(ABa, a) = (BAa, a)$ pour $A, B \in M$. Un projecteur P sera dit projecteur-trace pour M si $PABP = PBAP$ pour $A, B \in M$. Dans ce cas la variété de P est dite variété-trace pour M. Une variété-trace $\mathfrak{M}$ est dite variété-$\natural$ si $\mathfrak{M}$ est stable, essentielle et simple pour $M^{\natural}$ [2].

Théorème 1. — *Si* $C \geq 1$ *il existe des variétés-*$\natural$ *pour* M *et si* P *est le projecteur sur une variété-*$\natural$ *on a* $PAP = A^{\natural}P$ [3].

Ce théorème donne une forme explicite de la trace de Dixmier car $\mathfrak{M}$ étant simple $(PAP)_{\mathfrak{M}} \in (M^{\natural})_{\mathfrak{M}}$ et $A^{\natural}$ est le prolongement à H (unique puisque $\mathfrak{M}$ est essentielle) de $(PAP)_{\mathfrak{M}}$. Supposons $C \geq 1$.

Théorème 2. — *Si* $\mathfrak{M}$ *est variété-*$\natural$ *pour* M, $\mathfrak{M}$ *est variété génératrice pour* M'.

Théorème 3. — *Si* $\mathfrak{M}$ *est variété-*$\natural$ *pour* M, *il en est de même de* $U(\mathfrak{M})$ *et de* $U'(\mathfrak{M})$, *si* $U \in M_U$ *et* $U' \in M'_U$.

Théorème 4. — *Si* $\mathfrak{M}$ *et* $\mathfrak{M}_1$ *sont deux variétés-*$\natural$ *pour* M *il existe* $U \in M_U$ *tel que* $\mathfrak{M}_1 = U(\mathfrak{M})$ *et, si* $C = 1$, $U' \in M'_U$ *tel que* $\mathfrak{M}_1 = U'(\mathfrak{M})$.

Théorème 5. — *Si* $C = 1$ *toute variété-*$\natural$ $\mathfrak{M}$ *pour* M *est variété-*$\natural$ *pour* M' *et il existe un anti-isomorphisme unique* $A \to A'$ *de* M *sur* M' *tel que* $Ax = A'x$ *pour tout* $x \in \mathfrak{M}$.

Théorème 6. — *L'application* $A \to A^{\natural}$ *est faiblement continue (si* $C \geq 1$*)* [4].

Théorème 7. — *L'application* $A \to A^{\natural}$ *se prolonge en une application* $A \to A^{\natural}$ *de l'ensemble auto-adjoint* $\widetilde{M}$ *des opérateurs fermés* ηM, *à domaine de définition* D_A *dense, tels que* $D_A \cap \mathfrak{M}$ *soit dense dans* $\mathfrak{M}$, *sur l'ensemble* $\widetilde{M}^{\natural}$ *des opérateurs fermés à domaine dense,* $\eta M^{\natural}$ *(*$\mathfrak{M}$ *étant une variété-*$\natural$ *pour* M*).* $\widetilde{M}$ *est indépendant de* $\mathfrak{M}$. *Pour* $A \in \widetilde{M}$ *et* $U \in M_U$, *on a* $(U^{-1}AU)^{\natural} = A^{\natural}$.

(*) Séance du 21 mai 1951.

(1) Kaplansky, *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 485.

(2) Une variété $\mathfrak{M}$ est dite essentielle pour une * algèbre faiblement fermée N si elle est génératrice pour N'. Elle est dite simple pour une * algèbre faiblement fermée commutative si $N_{\mathfrak{M}} = (N_{\mathfrak{M}})'$.

(3) La démonstration de ce théorème utilise le théorème 2 de Kaplansky (*loc. cit.*).

(4) La continuité forte a été démontrée par Kaplansky dans un cas plus étendu (*loc. cit.*).

THÉORÈME 8. — *Si* $C = 1$, *l'anti-isomorphisme* $A \to A'$ *se prolonge en un anti-isomorphisme de* $\widetilde{M}$ *sur* $\widetilde{M}'$.

THÉORÈME 9. — *Toute trace sur M, finie pour tout* $A \in M_+$ *est de la forme* (Aa, a) *où a est un élément-trace quelconque. Si* $C = 1$, *tout élément-trace pour M est élément-trace pour M'*.

Appelons algèbre hilbertienne tout espace de Hilbert sur lequel une multiplication est partiellement définie, avec les axiomes de Ambrose ([5]). Une algèbre hilbertienne sera dite de classe finie si les algèbres faiblement fermées L et R engendrées par les opérateurs de multiplication à gauche et à droite sont de classe finie.

THÉORÈME 10. — *Tout couple formé d'une variété-*$\natural$ *et d'une trace numérique sur M, sans composante purement infinie* ([6]), *définit si* $C = 1$ *une structure d'algèbre hilbertienne sur* H (*avec élément unité, si la trace est finie pour tout* $A \in M_+$), *telle que* $M = L$ *et* $M' = R$.

Appelons centre $H^\natural$ d'une algèbre hilbertienne H l'ensemble des $u \in H$ tels que $ux = xu$ pour tout $x \in H$, borné.

THÉORÈME 11. — $H^\natural$ *est une algèbre hilbertienne commutative.*

THÉORÈME 12. — *La condition nécessaire et suffisante pour que* H *soit de classe finie est que* $H^\natural$ *soit une variété essentielle pour* $L \cap R$ (*c'est-à-dire génératrice pour R et L*).

THÉORÈME 13. — *Si* H *est de classe finie,* $H^\natural$ *est une variété-*$\natural$ *pour L et R et* $L_x^\natural = L_{x^\natural}$ $(R_x^\natural = R_{x^\natural})$, $x^\natural$ *étant la projection de* $x \in H$ *sur* $H^\natural$ (*x est quelconque, borné ou non*) ([7]).

CALCUL GRAPHIQUE. — *L'inévitable intervention d'une clause de régularité dans le lissage des courbes expérimentales.* Note de M. **PIERRE VERNOTTE**, présentée par M. Joseph Pérès.

Nous avons indiqué dans une Note précédente ([1]) comment représenter un arc expérimental par une succession de petits arcs de parabole raccordés l'un à l'autre en deux points et tels que la valeur moyenne de leurs ordonnées fût égale à la valeur moyenne de l'ordonnée expérimentale dans cet intervalle, l'arbitraire subsistant pour les ordonnées médianes des intervalles extrêmes devant permettre une variation suffisamment régulière de la courbure.

En fait, dès que le nombre des arcs de parabole n'est plus très petit, on ne

---

([5]) AMBROSE, *Transactions of the American Mathematical Society*, 65, 1949, p. 26.

([6]) Une trace T est dite sans composante purement infinie si $1 = \sup\limits_{A \in M_+^\natural, A < 1, T(A) < \infty} A$.

([7]) Ce théorème a été démontré par Godement dans le cas de certaines doubles représentations unitaires de groupes localement compacts.

([1]) *Comptes rendus*, 232, 1951.

peut éviter la multiplication des points d'inflexion, et par suite il devient nécessaire de retoucher les données pour leur conférer plus de régularité, ce qui ne peut être fait sans risques que si la connaissance que l'on a *a priori* du phénomène physique à représenter, ou la conception *a priori* que l'on s'en fait, précise les conditions qualitatives à imposer.

Ces conditions de régularité s'expriment par des inégalités relatives à des différences successives, les ordonnées étant supposées équidistantes. Comme on a ramené le tracé de la courbe régularisée au calcul d'un nombre relativement faible d'arcs de parabole, on échappe au nombre très grand d'inégalités qu'il aurait fallu écrire entre les différences successives d'ordonnées expérimentales; et le problème peut être abordé.

Nous aurons déterminé, par la procédure indiquée, les ordonnées médianes, que nous nommerons $y_1 y_2 y_3 y_4 y_5 y_6 y_7$, des 7 arcs, par exemple, comportant chacun 9 points. Il s'agit de leur apporter des retouches $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \varepsilon_5 \varepsilon_6 \varepsilon_7$, dont nous fixons la valeur absolue limite d'après ce que nous croyons savoir de la précision expérimentale, et telles que certaines inégalités linéaires soient satisfaites. La méthode toute théorique consisterait à chercher, dans l'hyperespace aux ε, les sommets d'un polyèdre limite obtenu en remplaçant certaines inégalités par des égalités, et à prendre pour les ε les coordonnées d'un point intérieur à ce polyèdre; ce qui supposerait la considération méthodique d'un nombre immense de systèmes d'inégalités.

Supposons, pour préciser, que nous voulions imposer aux différences secondes (fixant la concavité) les inégalités suivantes : les C_i étant les différences secondes $y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i$:

$$C_1 < C_2, \quad C_3 > C_4 > C_5 > 0, \quad C_3 - 2C_2 + C_1 < 0, \quad C_5 - 2C_4 + C_3 > 0.$$

Essayons d'une solution géométrique, moins aveugle et moins longue que la solution algébrique. Pour cela, ne remontons pas aux ε, mais considérons seulement l'espace des $C_1 C_2 C_3$, d'une part, d'autre part des $C_3 C_4 C_5$. Les incertitudes se combinant et non s'ajoutant, nous admettrons que l'incertitude sur C, somme algébrique de 4 ordonnées, est $\sqrt{4} = 2$ fois l'incertitude sur ε. Par une construction à 3 dimensions nous déterminerons le polyèdre limite relatif à C_3 dans l'espace $(C_1 C_2 C_3)$, et celui qui est relatif à C_3 dans l'espace $(C_3 C_4 C_5)$, et nous les adapterons l'un à l'autre pour avoir la meilleure valeur de C_3 et des autres C. Pour remonter aux ε, nous avons, par les C, 5 équations pour 7 inconnues ε, auxquelles nous ajoutons la condition $\Sigma\varepsilon = 0$, de sorte que nous pouvons exprimer linéairement 6 des ε en fonction de l'un d'eux. Un graphique facile à 2 dimensions permet de choisir cet ε de façon que le plus grand des $|\varepsilon|$ soit aussi petit que possible.

Nous avons appliqué cette procédure qui s'est révélée satisfaisante, mais il semble préférable de partir d'une autre idée d'un usage plus général.

Nous imposerons à cet effet aux retouches ε d'être telles qu'elles n'altèrent

ni la valeur moyenne, ni la pente moyenne, ni la courbure moyenne, ni la dissymétrie moyenne des ordonnées, ce qui revient à préciser l'échelle des erreurs accidentelles auxquelles nous entendons ne pas superposer d'erreurs systématiques.

Ceci conduit à écrire que les ε ont nulles leur somme, la somme de leurs différences premières, celle de leurs différences secondes et celle de leurs différences troisièmes. De sorte que, liés par quatre relations, les ε s'expriment tous en fonction des seuls $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$:

$$\varepsilon_4 = -8\varepsilon_1 + 4\varepsilon_2 - 2\varepsilon_3, \qquad \varepsilon_5 = \varepsilon_3 - 4\varepsilon_2 + 4\varepsilon_1, \qquad \varepsilon_6 = 2\varepsilon_2 - \varepsilon_1, \qquad \varepsilon_7 = \varepsilon_1.$$

Nous sommes alors ramenés à discuter un système d'inégalités à trois inconnues, ce qui revient à déterminer un polyèdre-limite par une épure ou un dessin perspectif. On prend pour $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$ les coordonnées d'un barycentre des sommets auxquels on donne des poids proportionnels à la somme des arêtes qui y aboutissent. Les résultats sont excellents.

Ayant ainsi corrigé les ordonnées médianes, on en déduit par des formules simples les valeurs retouchées des moyennes H d'ordonnées, en fonction de deux d'entre elles (ici H_3 et H_5) que l'on choisit telles qu'elles rendent la plus régulière possible l'évolution de la courbure.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Un appareil utilisant la série Renard.* Note de M. **Julien Allais**, présentée par M. Joseph Pérès.

Deux séries Renard-Androuin de 200 termes sont gravées sur deux cylindres translucides le long de deux échelles en éléments discontinus. Prospection continue par disques. Obtention du rang, positif ou négatif, de la virgule de résultats s'étendant de dix milliards à un dix-milliardième. Temps pour règle de trois < 10 s.

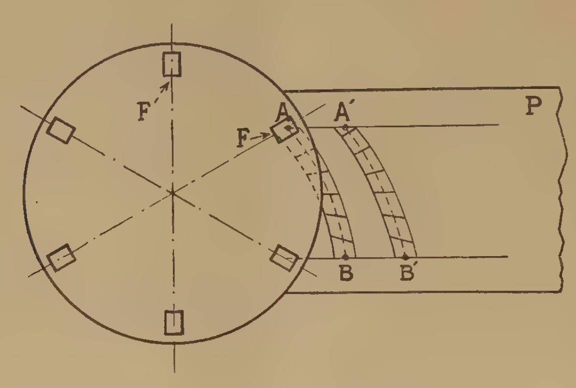
L'emploi des séries Renard-Androuin en progression géométrique de raison $r = \sqrt[n]{10}$, est actuellement généralisé dans la normalisation des dimensions des produits industriels. Pour $n = 10$, 20, 40, 200, 1000, etc., on obtient des séries d'antilogarithmes R_{10}, R_{20}, R_{40}, R_{200}, R_{1000}, etc., qui se prêtent au calcul approché.

Le principe de l'appareil breveté présenté dérive de celui de la règle (ou du cercle) à calcul. Mais les deux échelles, à divisions inégales, du cercle à calcul sont remplacées par deux tables, établies sur film lumineux et où figurent, à des intervalles égaux, les nombres d'une série Renard : les lectures sont ainsi plus aisées et plus sûres, avec l'approximation que permet la série utilisée (0,6 % maximum pour la R_{200} du prototype construit).

Le mouvement de chacun des films doit être commandé par un disque lecteur mettant en évidence successivement chacun des nombres de la série Renard, par des rotations du cylindre de $2\pi/n$ par terme. Mais, pour une

réalisation pratique, il était impossible d'envisager l'enregistrement des tables sur des films continus (dont la longueur eût été trop grande, de l'ordre de 2 500 mm dans le prototype). La difficulté fut résolue par l'artifice suivant :

Imaginons que la rotation du disque lecteur entraîne une translation d'un plan P situé en dessous. Des fenêtres équidistantes pratiquées dans le disque décrivent dans leur mouvement relatif au plan des arcs de cycloïde allongée. Nous disposons, suivant ces arcs, les nombres de la série Renard



La fenêtre F décrit l'arc de film AB et au moment où elle arrive en B, c'est la fenêtre F' qui vient décrire l'arc suivant A'B'.

et, pour une rotation déterminée du disque, l'un de ces nombres apparaît seul lumineux dans l'une des fenêtres. Bien entendu, pour la réalisation pratique, la portion du plan P qui porte la table est enroulée sur un cylindre (diamètre 70 mm, hauteur 62 mm dans le prototype) dont la rotation est solidaire de celle du disque, elle-même commandée par un moteur électrique silencieux. La zone de prospection manuelle pour l'affichage d'un nombre de la série Renard est ramenée à quelques termes voisins à l'aide d'une aiguille parcourant, pendant le déroulement complet du film, un cadran d'approche gradué en R_{10}, cadran qui peut être complété par des logs, sinus et tangentes.

La disposition ainsi adoptée pour des tables sur cylindre ou sur film partiellement enroulé avec disque lecteur se prête à beaucoup d'autres applications.

Dans notre appareil, le décalage possible des deux tables, terme à terme et avec indépendance ou non des mouvements, permet les mêmes calculs approchés que ceux que l'on obtiendrait par une règle ou un cercle à calcul.

Pour une règle de trois $X = A/B$ multiplié par C, par exemple ce qui peut s'écrire $A/B = X/C$ l'angle de rotation correspondant à la sélection du terme A sur le premier lecteur, est assuré par un verrouillage positif

pendant la recherche du terme B sur le second lecteur, ce verrouillage s'efface automatiquement dès que les rotations des deux lecteurs sont rendues solidaires en vue de la sélection de C sur le second lecteur, ce qui entraîne l'apparition de X sur le premier.

Nous avons complété l'appareil par un dispositif enregistrant sur deux petits cadrans, dont les mouvements sont commandés par les disques, les puissances de 10 (entre 10^{-10} et 10^{+10}). Les graduations des petits cadrans donnent le rang (lu entre des traits de division en puissances de 10) avant ou après la virgule du premier chiffre significatif. On a ainsi, par le maniement de deux boutons seulement (l'un pour les termes, l'autre pour les virgules), et en moins de 10 s, le résultat d'une règle de trois entre nombres décimaux, y compris la place de la virgule.

La rotation par multiples de $2\pi/n$ a nécessité l'emploi de couples d'engrenages droits ou hélicoïdaux de raisons diverses. L'originalité des mécanismes n'apparaît que dans la conjugaison des commandes électromécaniques et manuelles. La manipulation du bouton commandant les termes (déplacement longitudinal sur 14 mm et rotation de 10 degrés environ) enclenche 28 fonctions cinématiques, dont 20 à l'insu de l'opérateur et ce, en quelques fractions de seconde.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une propriété caractéristique de la loi de probabilité de Laplace*. Note de M. **Georges Darmois**, présentée par M. Émile Borel.

Dans un Mémoire récent ([1]), M. M. Fréchet généralise à un élément aléatoire quelconque dans un espace vectoriel distancié, la loi de probabilité de Laplace ([2]).

Une des généralisations s'appuie sur une propriété caractéristique de cette loi. On sait que si $x_1, x_2, \ldots, x_n$ désignent n nombres aléatoires laplaciens et indépendants, il existe une infinité de transformations linéaires des x_i en X_j où les X restent indépendants. Si l'on ramène les x à suivre la même loi, ce sont des substitutions orthogonales quelconques.

Dans le cas où $n=2$, M. S. Bernstein a démontré qu'inversement deux variables indépendantes x et y, ayant même fluctuation finie σ^2 et pourvues d'une densité de probabilité sont nécessairement laplaciennes si $x+y$ et $x-y$ sont indépendantes.

M. Fréchet donne de ce théorème une démonstration nouvelle, qui ne suppose plus l'existence d'une densité, mais seulement que les fluctuations

([1]) *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, I, 1951.

([2]) Dite souvent de Gauss, ou de Laplace-Gauss.

sont finies. On peut, en supprimant toute hypothèse, démontrer le théorème pour une transformation linéaire quelconque :

$$\begin{cases} X = ax + by \\ Y = cx + dy \end{cases}$$

toujours ramenable à

$$\begin{cases} X = x + y \\ Y = -x + \lambda y \end{cases}$$

La condition nécessaire et suffisante d'indépendance de X et Y est que la fonction caractéristique

$$\Phi_{XY}(uv) = \mathrm{E}\, e^{i(ux+vy)}$$

soit le produit de deux fonctions, l'une de u, l'autre de v, soit ici :

$$(1) \qquad \Phi(uv) = \varphi_x[au + cv]\,\varphi_y[cu + dv] = \varphi_X(u)\,\varphi_Y(v).$$

On peut montrer que $\Phi(uv)$ ne peut s'annuler. Soient, dans le plan des uv, les axes $D_1 D_2$ ($u = 0$, $v = 0$) et les droites $\Delta_1 \Delta_2 [au + cv = 0,\ bu + dv = 0]$.

Si Φ est nulle en un point M, cette propriété se conserve, soit le long d'une parallèle à D_1, soit le long d'une parallèle à D_2, et de même pour $\Delta_1\,\Delta_2$. Si M est sur D_1, Φ s'annule forcément sur la parallèle à D_2.... Ces remarques, appliquées au cas $\lambda > 0$, $\lambda < 0$, permettent toujours d'associer à une racine u_0 de φ_X par exemple, des racines de module décroissant, de φ_X ou φ_Y.

S'il s'agit de $\lambda = +1$ (cas de Serge Bernstein), on voit immédiatement que $\pm(u_0/2)$ est la nouvelle racine (résultat de M. Fréchet).

En répétant l'opération, on est conduit à une impossibilité, φ ne pouvant être nulle pour l'argument zéro.

On peut donc transformer l'équation (1) en une équation aux $\psi = \mathrm{Log}\,\varphi$

$$(2) \qquad \psi_x[au + cv] + \psi_y[bu + dv] = \psi_X(u) + \psi_Y(v).$$

Il est alors immédiat, en changeant u en $u + h$, v en $v + k$, de manière que $bh + dk$ soit nul, qu'on obtient par différence :

$$\Delta\varphi = \psi_x[au + cv + l] - \psi_x[au + cv] = \mathrm{A}(u) + \mathrm{B}(v),$$

ce qui donne :

$$\Delta\psi[au + cv] - \Delta(0) = \Delta\psi(au) - \Delta(0) + \Delta\psi(cv) - \Delta(0).$$

La fonction $\Delta(au + cv) - \Delta(0)$ est ou nulle ou proportionnelle à son argument. Il en résulte immédiatement que ψ_x est du premier ou du second degré, ce qui démontre le théorème.

Ces résultats s'étendent à une valeur quelconque de n.

ANALYSE PROBABILISTE. — *Ensembles flous et fonctions aléatoires.*
Note (*) de M. **Karl Menger**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous étudions des relations probabilistes, surtout la probabilité que deux éléments d'un univers soient équivalents. Les relations probabilistes monaires sont des ensembles flous. Au lieu de fonctions classiques nous étudions l'association de nombres aléatoires aux éléments du domaine.

Dans la théorie classique on entend par relation n-aire définie dans un univers U, un ensemble de systèmes ordonnés de n éléments de U. Dans une théorie probabiliste de relations que nous avons esquissée récemment ([1]), nous associions à tout système ordonné de n éléments de U un nombre réel compris entre o et 1, que nous interprétions comme la probabilité que cette relation subsiste entre les n éléments.

Par exemple, au lieu d'une relation binaire d'équivalence qui est réflexive, symétrique et transitive, nous étudions une fonction E des paires d'éléments de U dont les valeurs $E(x, y)$ sont comprises entre o et 1, et qui jouit des propriétés suivantes :

1. $E(x, x) = 1$ pour tout élément x de U ;
2. $E(x, y) = E(y, x)$ pour tout couple d'éléments de U ;
3. $E(x, y).E(y, z) \leq E(x, z)$ pour tout triplet d'éléments de U.

Les propriétés 1 et 2 correspondent à la réflexivité et à la symétrie de l'équivalence. La propriété 3 est une transitivité rudimentaire ([2]).

Nous dirons que deux éléments x et y donnés sont *certainement équivalents* (*certainement non-équivalents*) si $E(x, y) = 1 (= 0)$. Nous appelons *ensemble d'équivalence certaine* un ensemble X qui, avec tout élément x, contient tout y tel que $E(x, y) = 1$. Deux tels ensembles sont disjoints ou identiques. Nous pouvons définir une probabilité d'équivalence entre ces ensembles en posant $E(X, Y) = E(x, y)$ pour tout $x \in X$ et tout $y \in Y$. En remplaçant, s'il le faut, les éléments par les ensembles d'équivalence certaine, nous pouvons donc admettre l'hypothèse suivante :

4. $E(x, y) < 1$ pourvu que $x \neq y$.

Appelons *morceau* un ensemble qui avec tout x contient tout y tel que $E(x, y) > 0$. Deux morceaux sont disjoints ou identiques. Deux éléments appartenant à deux morceaux disjoints sont certainement non équivalents.

(*) Séance du 21 mai 1951.

([1]) Cf. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 37, 1951, p. 178.

([2]) Comme nous l'avons souligné (*loc. cit.*), cette notion est applicable à l'indiscernabilité des éléments du continu physique et explique la remarque de Poincaré que dans ce continu (par contraste avec le continu mathématique) les égalités $x = y$ et $y = z$ soient compatibles avec l'inégalité $x < z$. Dans le continu physique, il s'agit d'une probabilité d'indiscernabilité.

Un morceau devient un espace distancié au sens de M. Fréchet si nous posons $-\log E(x, y) = d(x, y)$. D'autre part, si dans un espace distancié donné nous posons $E(x, y) = e^{-d(x,y)}$, nous obtenons une probabilité d'équivalence d'après laquelle l'espace ne contient qu'un seul morceau.

Une relation monaire au sens classique est un sous-ensemble F de l'univers. Au sens probabiliste, c'est une fonction Π_F définie pour tout $x \in U$. Nous appellerons cette fonction même un *ensemble flou* et nous interpréterons $\Pi_F(x)$ comme la probabilité que x appartienne à cet ensemble. Si Π_F ne prend que les valeurs 1 et 0, il s'agit essentiellement d'un sous-ensemble de U au sens classique et nous parlerons d'un ensemble *rigide*. Par exemple, l'univers Π_U (le vide Π_V) dont toutes les valeurs sont 1(0), sont des ensembles rigides. La somme et le produit de deux ensembles non rigides ne sont pas déterminés par les ensembles. L'égalité de Π_F et Π_G est une relation probabiliste qui dépend de Π_{F+G} et $\Pi_{F.G}$.

Des relations, le point de vue probabiliste peut être étendu aux fonctions réelles. Au lieu des nombres nous associons des nombres aléatoires ou des fonctions de répartition aux systèmes ordonnés de n éléments de U. Un exemple que nous avons étudié ailleurs ([3]), est une métrique probabiliste. A toute paire d'éléments on associe une fonction de répartition dont les propriétés correspondent à celle d'une distance.

Dans le cas $n = 1$, une fonction de répartition est associée à tout élément x de U. Sa valeur $f(x, t)$, définie pour t réel, peut être interprétée comme la probabilité qu'un nombre $< t$ soit associé à x. Considérons le cas où U est l'intervalle fermé $a \leq x \leq b$. Pour tout t réel, $y = f(x, t)$ est une courbe C_t. L'ensemble des C_t est une courbe floue. Quelle est l'aire du domaine compris entre l'axe des x et cette courbe? Nous choisissons une division de l'intervalle $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_m = b$ et des nombres $\xi_i (x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i)$. La probabilité que l'aire sous le polygone en escalier, défini par la division de l'intervalle, soit $< t$, est la valeur pour t de la fonction $g_1 \star g_2 \star \ldots \star g_m$, où l'astérisque indique la composition des fonctions de répartition et où

$$g_i(t) = f\left(\xi_i, \frac{t}{x_i - x_{i-1}}\right) \qquad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Si toute fonction $f(x, t)$ est normale avec la moyenne $\mu(x)$ et la déviation $\sigma(x)$, alors la répartition de l'aire sous le polygone est normale avec la moyenne $\Sigma\mu(\xi_i)(x_i - x_{i-1})$ et la déviation

$$\sqrt{\Sigma\sigma^2(\xi_i)(x_i - x_{i-1})^2} \leq \sqrt{\Sigma\sigma^2(\xi_i)(x_i - x_{i-1})}\sqrt{\max(x_i - x_{i-1})}.$$

Pour toute suite de divisions telles que $\max(x_i - x_{i-1})$ tende vers zéro, les aires convergent donc vers une fonction de répartition qui prend la valeur 0

([3]) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 37, 1951, p. 226.

ou 1 selon que t est $\leq$ ou $> \int_a^b \mu(x)\,dx$, pourvu que les fonctions $\mu(x)$ et $\sigma^2(x)$ soient intégrables au sens de Riemann. L'aire du domaine sous la courbe floue (l'intégrale de la fonction aléatoire) est donc rigide. Évidemment cette simple remarque reste valable pour des classes assez étendues de fonctions de répartition et pour des domaines très généraux.

Cette méthode a des conséquences importantes pour l'idée d'une métrique *convexe* (une métrique d'après laquelle la distance entre deux points est égale à la longueur d'un chemin qui les joint). Il semble que cette idée soit limitée aux métriques rigides.

MÉCANIQUE STATISTIQUE ET THÉORIE DE L'INFORMATION. — *Adaptation du message à la ligne de transmission.* II. *Interprétations physiques.* Note de M. **Benoît Mandelbrot**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Le comportement des mots comme quanta dans la théorie de l'information (1), bien que d'origine cybernétique, est susceptible d'interprétation physique détaillée dans le cadre de la théorie de la Mesure (2), (3). *Mots* $(M_n) =$ *états purs. Message* $(M) =$ *mélange* (ΣM_n). *Probabilités* (p_n) de $(M_n) =$ *valeurs propres* d'un spectre ponctuel. *Coût* $=$ *entropie* : le deuxième principe en donnera une limite inférieure.

Soit un processus complexe de transmission, cybernétiquement réversible (qui conserve l'information). Il sera décomposé en une chaîne de processus conceptuels élémentaires : *différentiation* (D) *et intégration* (D^{-1}).

1. (D) est le passage d'une représentation de M comme concept synthétique à une représentation comme suite de mots ΣM_n; par exemple le découpage d'un code en tranches correspondant aux quanta et l'identification de ces quanta. C'est l'analogue du *processus* 1 de von Neumann (3) (expérience) ou du processus de séparation des éléments d'un mélange. Il est caractérisé par l'augmentation d'entropie S_n de tout le système quand on identifie l'état (M_n) *sans le détruire*. Posons $S_n = -k \log_n q_n + S_0$, où $\Sigma q_n = 1$. Appelons q_n *probabilités propres* de (D). L'augmentation moyenne de S par mot du message M sera $S_1 = -k\Sigma p_n \log_n q_n + S_0$.

2. (D^{-1}) sera le processus inverse passant de ΣM_n à M. Le couple $(D^{-1}.D)$ sera le processus de traduction d'un code à un autre. $S_2 = kH = -k\Sigma p_n \log_n p_n$ est alors récupéré en mélangeant le code initial devenu inutile. H = débit d'information de (M) par mot.

Le couple $(D.D^{-1})$ sera le processus de compréhension. S_2 est encore

---

(1) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1638.

(2) L. Szilard, *Zeits. f. Phys.*, 53, 1929, p. 840.

(3) J. von Neumann, *Mécanique quantique*, Berlin, 1932, Paris, 1947.

récupéré sous forme d'entropie de mélange en stabilisant (fixant, inscrivant, « comprenant ») le nouveau code compréhensible.

3. *Critères d'adaptation du message* (M) *au mécanisme* (D).

3 *a*. *Bilan par mot* (*délai nul : critère d'imprévoyance totale ou de moindre fatigue*). $S = S_1 - S_2$ est minimum si $p_n = q_n$: *égalité des probabilités de* (M) *et des probabilités propres de* (D). Dans ce cas $(D.D^{-1})$ se traduit par une augmentation d'entropie S_0 qui doit être $\geqq 0$; d'où la relation de Szilard $\Sigma \exp(-S_n/k) \leqq 1$ qui donne une limite inférieure au coût en entropie ([2]). Si $S_0 = 0$, il y a aussi réversibilité thermodynamique; on peut supprimer ou rajouter des $(D.D^{-1})$ ou $(D^{-1}.D)$ et par suite accoupler des (D) et (D^{-1}) contigus ou non, en supposant les autres couplages parfaits (d'où l'avantage de ces concepts pour l'analyse détaillée de la transmission).

3 *b*. *Amplification et pertes; bilan par mot.* — $f(S_1) - g(S_2)$ est minimum si

$$-f'(S_1)(\Sigma \Delta p_i \log_n q_i) + g'(S_2)(\Sigma \Delta p_i \log_n p_i) - K(\Sigma \Delta p_i) = 0,$$

d'où

$$p_n = Q(q_n)^B \quad \text{avec} \quad B = \frac{f'(S_1)}{g'(S_2)} = V(B).$$

Cette équation détermine $B \geqq 0$. Elle pourrait avoir plusieurs solutions ou aucune; dans le cas linéaire : $f' = B_1$; $g' = B_2$; $B = B_1 B_2^{-1}$.

3 *c*. *Bilan par unité d'information* (*délai infini; critère de prévoyance totale*). $-S/H = -1 + k S_1/S_2$ est minimum si

$$(\Sigma \Delta p_i \log_n q_i) S_2 - (\Sigma \Delta p_i \log_n q_i) S_1 - K S_2^2 \Sigma \Delta p_i = 0,$$

d'où

$$p_n = Q(q_n)^B \quad \text{avec} \quad B = \frac{S_2(B)}{S_1(B)} = W(B).$$

Cette équation détermine $0 \leqq B \leqq 1$. Pour $S_0 = \infty$, $V(B) = 0$, $B = 0$, $p_n =$ const. indépendamment de q_n; pour S_0 variant de ∞ à 0, B va de 0 à 1. Pour $S_0 = 0$, $B = 1$, $p_n = q_n$, ce critère mène au même résultat que le critère d'imprévoyance totale.

4. *Adaptation du mécanisme* (D) *au message* (M). — Avec tous les critères du paragraphe 3 elle exigerait $q_n = p_n$: couplage parfait.

5. *Différentiations réalisables sans erreur ni indétermination.* — (D) est l'étude expérimentale des propriétés du système physique, support du signal, faite suivant un *mode opératoire*, qui est une *Stratégie*, au sens de von Neumann. Cette étude n'est physiquement valable que si l'identification complète du signal exige un nombre *fini* f d'opérations, dont chacune a un nombre *fini* q de résultats possibles.

Si (D) *est indécomposable en expériences élémentaires*, S_n, donc q_n est indéterminé, mais le nombre de mots possibles est limité.

Si (D) *est décomposable*, le nombre de mots est illimité, mais S_n est la somme

des coûts des expériences élémentaires, et sa forme est déterminée. Si le coût de E_g est indépendant de g (par exemple si les opérations sont des choix entre q alternatives *simultanées*), la fonction de coût est dite *simple* ([4]). Si le coût ne dépend que du résultat (par exemple si l'on essaye *successivement* d'identifier la propriété étudiée à l'une des propriétés possibles connues d'avance), la fonction de coût sera dite *semi-simple*.

Les résultats des expériences constituent un code pour le signal. Le code donnant l'identification complète *a posteriori* la plus économique, s'obtient avec des expériences indépendantes, donc stratégie invariable, conduisant au *codage ordinal*, sur une ligne à q états, de coûts égaux (cas simple), ou inégaux (cas semi-simple), d'où résulte que $S_n = k\mathrm{B}\log_n \mathrm{M} j_n + \mathrm{X}$, où $\mathrm{X} = \log_n(\Sigma \mathrm{M}^{\mathrm{B}/n})$ est > 0 si B est petit. X est le coût des renseignements complémentaires, tels les tops.

L'avantage du cas semi-simple est que M peut être non entier. Si $\mathrm{M} = 1 + m$, ou $m \leqslant 1$, la quantification artificielle qu'introduit [ ] est d'autant plus insignifiante que m est plus petit.

Les considérations stratégistes qui précèdent redonnent donc intégralement les résultats de ([4]), *basés sur la théorie probabiliste des processus ponctuels purement aléatoires* ([5]).

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'entretien des oscillations des eaux portuaires sous l'action de la haute-mer.* Note de M. **John S. Mc Nown**, présentée par M. Henri Villat.

On sait que la houle périodique, venant de haute-mer et pénétrant, par une passe étroite, dans un port protégé par une digue, provoque des oscillations de la masse d'eau enfermée dans l'ouvrage. Malgré son intérêt, à la fois pratique et théorique, ce phénomène ne semble pas avoir été étudié systématiquement en raison, sans doute, de son extrême complexité. C'est pourquoi nous croyons utile de présenter ci-après l'ébauche d'une théorie, qui, sans avoir la prétention d'être entièrement satisfaisante, donne l'explication d'un certain nombre de faits réellement observés.

A l'état de repos, la masse d'eau enfermée dans le port, occupe un volume limité par : 1° une surface libre plane horizontale; 2° le fond; 3° les parois de l'ouvrage; 4° la section d'entrée par où le port communique avec la haute-mer.

L'ensemble des parois et de l'entrée d'une part, le fond d'autre part, seront des morceaux de surface régulière. Le système de référence $Oxyz$ a une origine située sur la surface libre; Oz est vertical ascendant. L'eau sera traitée comme un fluide parfait, incompressible; le champ des vitesses dérivera, par

---

([4]) *Comparer* J. Ville et M. P. Schützenberger, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 206.
([5]) *Comparer* : J. Ville, *Câbles et Transmission*, 5, 1951, p. 76.

hypothèse, du potentiel uniforme $\varphi(x, y, z, t)$; les équations du problème seront linéarisées. On a alors les résultats classiques $\Delta\varphi = 0$; la dérivée normale $d\varphi/dn = 0$ sur les frontières solides : $g(\partial\varphi/\partial z) + \partial^2\varphi/\partial t^2 = 0$ pour $z = 0$ (condition de Poisson).

Pour achever de déterminer φ, il faut, outre la donnée $\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi|_{t=0}$, fixer $d\varphi/dn$ à l'entrée. A cet effet, nous admettrons que : 1° l'entrée est relativement petite; 2° la surface fluide constituée par les molécules fluides réparties à l'entrée à l'état de repos, se déforme peu au cours du mouvement et peut, dès lors, en première approximation, être à tout instant confondue avec la section d'entrée.

Cela entraîne, qu'au degré d'approximation consenti, la masse d'eau enfermée dans le port, ne dépend pas du temps; dès lors l'action excitatrice de la houle peut être traduite analytiquement par la donnée à tout instant de $d\varphi/dn$ à l'entrée. L'observation confirme cette hypothèse qualitative. Mais dans l'état actuel de notre théorie, il n'est pas possible de calculer *a priori* cette donnée frontière, que l'on essaiera de fixer, dès lors, au moyen de considérations semi-empiriques, adaptées à chaque cas particulier. Le plus souvent on pourra adopter pour $d\varphi/dn$ à l'entrée les valeurs déduites du potentiel des vitesses de la houle extérieure; il arrive fréquemment, d'ailleurs, qu'un clapotis s'établisse dans le voisinage de la section d'entrée.

En résumé, le problème revient à trouver une solution de $\Delta\varphi = 0$ sachant que : $\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi|_{t=0}$ est connu; la condition de Poisson est remplie à la surface libre, $d\varphi/dn$ est connu sur le reste de la frontière.

Pour illustrer les généralités qui précèdent par le calcul explicite d'une solution, nous nous limiterons ici au cas, très particulier, des ports à profondeur constante h, les parois étant constituées par la surface latérale d'un cylindre vertical droit. La théorie classique des seiches dans les bassins permet alors de mettre φ sous forme d'une somme (série) de solutions élémentaires du type

$$\varphi = A \sin(2\pi f t)\, \text{ch}[\omega(z+h)]\,\Phi(x, y);$$

A est une constante; $f^2 = (4\pi^2)^{-1} g\omega\, th(\omega h)$; Φ est une solution définie sur la surface libre du problème aux limites [1]

$$\Delta\Phi + \omega^2\Phi = 0; \qquad (1)$$

Les conditions aux limites données :

1° $d\Phi/dn = 0$ aux parois;

2° $d\Phi/dn = B = \text{const.} \neq 0$ à l'entrée, chaque fois qu'on peut prendre

$$\frac{d\Phi}{dn} = B\, \text{ch}[\omega(z+h)] \sin(2\pi f t)$$

---

(1) H. Lamb, *Hydrodynamics*, New-York, Dover Publication, 1945, p. 282-290.

à l'entrée. On aura Φ explicitement chaque fois que l'on saura résoudre pour la surface libre (²)

1° le problème de Neumann pour $\Delta\Phi = 0$; 2° le problème de la membrane à bords libres. La résonance se produit chaque fois que ω (lié à la fréquence de la houle) coïncide avec une valeur propre ω_n de (1) avec $d\Phi/dn = 0$ sur tout le pourtour; dans ce cas, la section d'entrée est une crête du clapotis extérieur.

Si $d\Phi/dn = \mathrm{C^{te}} \neq 0$ à l'entrée, il se formera un filet tourbillonnaire le long des génératrices communes à l'entrée et aux parois.

Nous donnerons ultérieurement le détail des calculs numériques pour quelques modèles de ports ainsi que les résultats des mesures effectuées depuis un an et dont l'accord avec la théorie est extrêmement satisfaisant.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la quatrième relation d'incertitude.* Note de M. **Guy Rideau**, présentée par M. Louis de Broglie.

En utilisant des résultats antérieurs (¹), on se propose de démontrer en toute généralité la quatrième relation d'incertitude. La façon même dont est obtenu le résultat permet d'en préciser la portée exacte et d'indiquer notamment ce qui *la distingue des* autres relations d'incertitude.

I. Nous considérons un système qui, étant dans un état pur Φ_a, est soumis à un potentiel perturbateur pendant un temps limité. Le calcul des probabilités de transition a été ramené à la détermination de $\Psi_a(E)$ donnée par l'équation suivante (¹):

$$\text{(A)}\qquad (E - H_0 - H_1)\Psi_a(E) = i\hbar \exp\left(\frac{i}{\hbar}(E - E_a)t_1\right)\Phi_a - i\hbar \exp\left(\frac{i}{\hbar}(E - H_0)t_2\right) G\left(\infty, -\infty, -\frac{i}{\hbar}\right)\Phi_a.$$

En multipliant par $\delta(E - H_0)$, intégrant sur E de $-\infty$ à $+\infty$, et après avoir posé $t_1 = -T$, $t_2 = +T$, on obtient pour $\Psi_a(E)$ l'équation intégrale

$$\text{(I)}\qquad (E - H_0 - H_1)\Psi_a(E) = 2\hbar \sin\frac{T}{\hbar}(E - E_a)\Phi_a - \exp\frac{i}{\hbar}(E - H_0)T \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(E' - H_0) H_1 \Psi_a(E')\, dE'.$$

A partir de cette équation intégrale nous pouvons utiliser une méthode de perturbation en développant $\Psi_a(E)$ suivant les puissances successives de H_1. En écrivant

$$\Psi_a^n(E) = \Psi_a^0(E) + \Psi_a^1(E) + \ldots + \Psi_a^n(E) + \ldots$$

(²) R. Courant und D. Hilbert, *Methoden der Mathematischen Physik*, Berlin, Springer 1931, Chap. V, p. 234-343.

(¹) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1338 *et* 1049.

nous obtenons la loi de récurrence

$$\Psi_a^n(E) = (E - H_0)^{-1} H_1 \Psi_a^{n-1}(E) - (E - H_0)^{-1} \exp \frac{i}{\hbar}(E - H_0) T \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(E' - H_0) H_1 \Psi_a^{n-1}(E')\, dE'.$$

avec évidemment, comme valeur initiale :

$$\Psi_a^0(E) = 2\hbar \Phi_a (E - E_a)^{-1} \sin \frac{T}{\hbar}(E - E_a)\, \Phi_a.$$

L'approximation d'ordre zéro sur $\Psi_a(E)$ donne la première approximation sur les probabilités de transition, l'approximation d'ordre un sur $\Psi_a(E)$ donne l'approximation d'ordre deux sur les probabilités de transition. C'est là un des avantages de la représentation employée.

II. D'après la courbe représentative bien connue de $x^{-1} \sin x$, le module de $\Psi_a^0(E)$ n'est important que pour des valeurs de E vérifiant :

$$|E - E_a| 2T \leqq h.$$

Comme c'est le carré de ce module qui intervient dans les probabilités de transition, on voit que la quatrième relation d'incertitude est vérifiée en première approximation, 2T représentant la durée totale de la perturbation. Nous étendrons, par récurrence, cette propriété à tous les ordres d'approximation. Nous supposons pour cela que $\Psi_a^{n-1}(E)$ a la forme :

$$\Psi_a^{n-1}(E) = \sum_b \Phi_b t_{ba}^{n-1}(E - E_a, T),$$

les coefficients étant tels que leur module ne soit important que si :

(1) $$|E - E_a| 2T \leqq h\alpha.$$

α étant de l'ordre de l'unité; de plus on suppose que ce module diminue vite quand E s'écarte de E_a. La formule de récurrence donne alors :

$$\Psi_a^n(E_d) = \sum_{E_c \neq E_d} \sum_b \Phi_c \frac{(H_1)_{cb}}{E_d - E_c} t_{ba}^{n-1}(E_d - E_a, T) - \frac{iT}{\hbar} \sum_{d'} \sum_b \Phi_{d'} (H_1)_{d'b} t_{ba}^{n-1}(E_d - E_a, T) - \sum_{E_c \neq E_d} \sum_b \Phi_c \frac{\exp \frac{i}{\hbar}(E_d - E_c) T}{E_d - E_c} (H_1)_{cb} t_{ba}^{n-1}(E_c - E_a, T).$$

Selon les hypothèses faites, les deux premières sommations ne donnent une contribution appréciable que si E_d vérifie l'inégalité (1). Maintenant seuls les termes de la dernière sommation avec un E_c vérifiant (1) auront de l'importance; chacun de ces termes se décompose en une partie réelle et une partie imaginaire qui n'ont, chacune, leur module important que si :

$$|E_d - E_c| 2T \leqq h.$$

Mais la décroissance rapide du module de $t_{ba}^{n-1}(E_c - E_a, T)$ au fur et à mesure que E_c s'éloigne de E_a a pour effet que son facteur multiplicatif n'agit vraiment que pour E_c proche de E_a; pour E_c tant soit peu loin de E_a, le rôle de ce facteur est de plus en plus masqué. Pour conclure, $\Psi_a^n(E_d)$ n'a une valeur appréciable que pour E_d vérifiant :

$$|E_d - E_a| 2T \leq \alpha' h,$$

α' étant de l'ordre de l'unité. Enfin on voit directement sur la relation de récurrence que le module de $\Psi_a^n(E_d)$ diminue vite quand E_d s'éloigne de E_a. Comme les propriétés supposées sont celles de $\Psi_a^0(E)$, on déduit la validité pour tous les ordres d'approximation de la formule :

$$|E - E_a| 2T \leq A h$$

(A de l'ordre de l'unité) pour définir l'intervalle où prendre E afin d'obtenir une valeur appréciable de ces ordres d'approximation. Ceci démontre en toute généralité la quatrième relation d'incertitude.

III. La démonstration qui précède met en évidence ce qui distingue la quatrième relation d'incertitude des autres relations d'incertitude. Ce caractère particulier tient évidemment au fait que le temps n'est pas une variable aléatoire et se manifeste principalement par les deux faits suivants : il n'existe pas de forme précise de la relation d'incertitude; elle n'est valable que pour une durée de perturbation assez longue, car si T est petit $(E - E_a)^{-1} \sin(T/\hbar)(E - E_a)$ est sensiblement nul partout et les raisonnements ci-dessus ne s'appliquent plus. Ceci est du fait que si T est très petit, il n'y a pas de mesure, mais seulement validité persistante d'une connaissance antérieure de l'énergie (2).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Rayonnement électromagnétique de grande longueur d'onde dans un milieu très fortement ionisé.* Note de M. **Bernard Kwal**, présentée par M. Louis de Broglie.

Critique des tentatives faites en vue d'obtenir les formules relatives à l'émission et à l'absorption des ondes électromagnétiques de grande longueur d'onde en partant des formules quantiques. Condition d'applicabilité de la théorie classique du rayonnement dans un plasma ionique et détermination des limites pour les paramètres de choc.

1. Dans un milieu très fortement ionisé (plasma ionique de Langmuir), les électrons, qui en font partie, émettent un spectre continu de rayons X au cours des chocs radiogènes avec les noyaux des ions positifs.

2. La théorie classique du spectre continu des rayons X a été développée

---

(2) Remarque de M. Louis de Broglie.

par Kramers (¹), tandis qu'une théorie ondulatoire quantique fut donnée par Sommerfeld (²). Plusieurs auteurs ont essayé, en partant de la théorie de Sommerfeld, ou d'autres théories quantiques approchées, d'obtenir des formules s'appliquant à l'émission ou à l'absorption des ondes électromagnétiques de grande longueur dans un milieu très fortement ionisé.

Ces tentatives ne nous paraissent pas justifiées, car *même la théorie de Sommerfeld*, qui s'appuie sur des solutions rigoureuses de l'équation de Schrödinger et est valable pour toutes les vitesses non relativistes (sans être assujettie à la condition $v \gg Zc/137$, comme le sont les théories, basées sur l'approximation de Born), *n'est pas valable pour la partie du spectre qui correspond aux faibles fréquences*. Elle conduit, en effet, à une probabilité (section efficace) d'émission d'un quantum de la tranche spectrale $(\nu, \nu + d\nu)$, qui est proportionnelle à $d\nu/\nu$ et qui diverge donc aux faibles fréquences (³). Ce résultat est inhérent à la méthode d'approximation employée (développement en série de puissances de $2\pi e^2/hc$) comme l'ont montré en détail Bloch et Nordsieck (⁴), méthode qui n'est applicable qu'aux processus dans lesquels n'est émis qu'un seul quantum $h\nu$, ce qui a lieu précisément près de la limite du spectre continu et non du côté des fréquences faibles, où ce sont les phénomènes avec *l'émission simultanée* d'un grand nombre des quanta qui prédominent.

3. Mais en revanche, nous nous trouvons ici, en général, dans le domaine d'applicabilité de la théorie classique du rayonnement.

Dans le plasma ionique, où le potentiel électrostatique $V(r)$, émanant de chaque ion est de la forme

$$V(r) = \frac{Ze^2}{r} \exp\frac{-r}{D}, \tag{1}$$

la condition d'applicabilité de la théorie classique du rayonnement s'écrit

$$\frac{2\pi Ze^2}{v} \exp\frac{-r}{D} \gg h. \tag{2}$$

Pour les vitesses v qui correspondent aux températures de l'ordre de 10^6 degrés (espace interstellaire, couronne solaire), la condition (2) est toujours satisfaite, *sauf pour les paramètres de choc très grands par rapport au rayon de Debye*, ce qui affecte l'émission des fréquences très faibles par rapport à la fréquence critique de Langmuir, fréquences pour lesquelles d'ailleurs l'indice de réfraction $K = (1 - \nu_L^2/\nu^2)^{1/2}$ du milieu ionisé est imaginaire.

(¹) *Phil. Mag.*, 46, 1923, p. 836.

(²) *Ann. der Physik*, 11, 1931, p. 257.

(³) N. F. Mott, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 27, 1931, p. 255; N. F. Mott et H. S. W. Massey, *The theory of Atomic Collisions*, 2ᵉ éd., 1949, Chap. XV, § 9 et 10.

(⁴) *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 54 et 59.

Pour ce qui est de l'émission des fréquences $\nu \geq \nu_L$ nous devons prendre comme paramètre minimum de choc $r_0 = e^2/KT$ et comme paramètre maximum $r_m = v/2\pi\nu$, fonction de la fréquence. Pour les fréquences $\nu \leq \nu_L$ et tant qu'on puisse appliquer les théories classiques, l'effet d'écran conduit à négliger les paramètres de choc supérieurs à $r_{lim} = v/2\pi\nu_L$, ce qui a pour effet de rendre indépendante de ν l'émission sur les fréquences inférieures à ν_L.

ULTRASONS. — *Cavitation et hémolyse par ultrasons de fréquences différentes.* Note (*) de M. **André Dognon** et M[lle] **Yvonne Simonot**, transmise par M. Jacques Duclaux.

A basse fréquence (19 kc) on a presque exclusivement une cavitation de vapeur, de seuil élevé; à haute fréquence (500 à 1200 kc) une cavitation de gaz, de seuil bas. Il existe des différences très importantes dans l'effet hémolysant de ces deux ordres de fréquence, mais dont le sens est variable suivant les circonstances expérimentales, en particulier d'intensité et de dilution.

Il est bien connu que les actions dispersantes et cyto-destructrices des ultrasons sont liées à la cavitation. En particulier nous avons montré [1] que, dans une suspension où le volume relatif des particules est supérieur à environ 2 % (pour 960 kc), il n'y a plus ni cavitation ni action. Les auteurs qui ont observé l'hémolyse de suspensions concentrées en haute fréquence ont négligé d'en maintenir l'homogénéité, que la vibration tend rapidement à détruire, ou employé des intensités et des durées d'observations telles que des altérations thermiques ont pu survenir à la longue.

Nous avons étudié quantitativement hémolyse et cavitation pour quatre vibrations : 1° trois « haute fréquence » (500, 960, 1200 kc); 2° une « basse fréquence » (19 kc). Les différences obtenues entre les trois premières sont seulement quantitatives et feront l'objet d'une Note ultérieure. Par contre, entre haute et basse fréquence, elles sont si profondes qu'on est surpris de n'en pas trouver mention jusqu'à présent.

En haute fréquence : les bulles se dégagent dans tout le volume vibrant. Leur diamètre est souvent de quelques dixièmes de millimètre. Elles ne donnent lieu à aucun bruit notable. Elles subsistent et montent à la surface après l'arrêt. Le seuil d'apparition est très bas (environ 0,05 W : cm², mesuré par pression de radiation). On ne voit rien dans un liquide dégazé.

En basse fréquence : un nuage laiteux de très fines bulles est localisé autour du pôle vibrant. Elles engendrent un bruit strident. Elles disparaissent dès l'arrêt. Le seuil d'apparition est élevé (0,7 W : cm², mesuré calorimétriquement). Le dégazage ne change pas sensiblement le phéno-

(*) Séance du 16 mai 1951.

(1) *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 1234.

mène. Ces caractères montrent qu'il s'agit dans le premier cas d'une *cavitation de gaz* (dite parfois pseudo-cavitation), dans le second, d'une *cavitation de vapeur* (ou cavitation vraie).

Parallèlement, d'importantes différences se manifestent dans les modalités de l'hémolyse. En haute fréquence, celle-ci s'obtient, dès le seuil de cavitation, avec une suspension (assez diluée) d'hématies contenue dans un tube à essai. En basse fréquence, à l'énergie maximum de 5 W : cm², on n'obtient rien ainsi, ni même dans un large récipient à fond de nylon mince appliqué contre le pôle vibrant. Aucune bulle n'est d'ailleurs observée dans ce récipient. Par contre, l'hémolyse s'obtient, même en suspension concentrée, lorsque celle-ci est *directement au contact* du pôle vibrant. Elle est *progressive*, parce que la zone de destruction est limitée au voisinage immédiat du vibrateur. Elle cesse au-dessous du seuil de cavitation, bien que l'énergie soit alors dix fois supérieure à celle qui serait encore efficace en haute fréquence.

Nous tirerons de ces observations les conclusions suivantes :

1° Le mécanisme de la cavitation est différent en haute et en basse fréquence, et toute théorie générale de la formation des bulles doit tenir compte de ce fait. Comme on sait que, en haute fréquence, le seuil de cavitation de gaz s'abaisse avec la fréquence, il faut admettre à partir d'un certain domaine, l'apparition de phénomènes nouveaux (peut-être simplement la grandeur de la longueur d'onde par rapport aux dimensions des récipients utilisés).

2° Toute comparaison entre les actions de ces diverses vibrations est *a priori* dépourvue de signification si les circonstances expérimentales ne sont pas précisées dans les moindres détails. Suivant celles-ci, on pourra tirer des conclusions contraires. Par exemple, une suspension concentrée est (dans les conditions ci-dessus précisées) plus facilement hémolysée en basse fréquence. Pour une suspension diluée, le résultat peut être inverse, car au-dessous de l'intensité de 0,7 W : cm², seuil de cavitation de vapeur, seule la haute fréquence reste active.

MAGNÉTISME. — *Sur les mesures de susceptibilités magnétiques par la méthode de Faraday*. Note (*) de M. CLÉMENT COURTY, présentée par M. Gaston Dupouy.

On sait qu'une substance, de volume V et de susceptibilité magnétique χ, placée dans le vide dans un champ magnétique non uniforme d'intensité H subit, dans une direction donnée x, une force f_x

$$f_x = H \frac{\partial H}{\partial x} V \chi,$$

Si l'on place dans un semblable champ, et dans l'air, un tube de verre de susceptibilité $\varkappa''$ et de volume extérieur $\mathcal{V}$, renfermant un volume V d'air, de susceptibilité $\varkappa_0$, la force f''_x subie par ce tube est

$$f''_x = H\frac{\partial H}{\partial x}[(\mathcal{V} - V)(\varkappa'' - \varkappa_0)].$$

Le même tube, toujours dans l'air, renfermant un volume v de substance, de susceptibilité $\varkappa$, subirait une force f_x

$$f_x = H\frac{\partial H}{\partial x}[(\mathcal{V} - V)(\varkappa'' - \varkappa_0) + v(\varkappa - \varkappa_0)],$$

de sorte que la force nette à laquelle le volume v de substance se trouve soumis est

$$F_x = f_x - f''_x = H\frac{\partial H}{\partial x}v(\varkappa - \varkappa_0).$$

P. Curie a montré dans sa thèse (1), qu'avec un électroaimant de Faraday, dont les axes des deux bras formaient un certain angle, il était assez facile de déterminer, dans l'espace, la région où $H(\partial H/\partial x)$ était pratiquement constant et que cette région, qui correspondait au maximum de ce produit, était suffisamment étendue pour qu'on puisse, d'une part, y placer des corps assez volumineux, et, d'autre part, les déplacer de plusieurs millimètres, suivant la direction x, sans que la force agissante soit sensiblement différente de ce qu'elle serait si le corps était au centre de cette région du maximum. De sorte que, si l'effet de la force F_x se traduit par un déplacement tout petit de la substance, limité par la torsion d'un fil convenablement choisi, on peut relier, comme on sait, le déplacement δ d'un spot lumineux, qui est la mesure amplifiée de l'angle de torsion, au volume v et aux susceptibilités de la substance et de l'air par la relation simple :

$$\delta = k\,v(\varkappa - \varkappa_0), \tag{1}$$

qui n'est valable que tant que la substance, en se déplaçant, suivant la direction x, ne sort pas des limites de la région du maximum. On voit aussitôt la prudence que nécessite cette méthode, pour déterminer en valeur absolue les susceptibilités, lorsque le déplacement de la substance est assez marqué.

Cependant, lorsqu'on désire faire des mesures avec une substance de comparaison, l'eau par exemple, en utilisant le même tube, l'écart δ' du spot pour le corps de comparaison est lié à sa susceptibilité $\varkappa'$ par

$$\delta' = k\,v(\varkappa' - \varkappa_0),$$

(*) Séance du 16 mai 1951.

(1) P. Curie, *Œuvres*, Gauthier-Villars, édit. Paris, 1908, p. 233.

pourvu que le volume v soit le même et identiquement placé dans l'espace par rapport à l'électroaimant, lorsque l'équilibre entre la force magnétique et la torsion du fil est atteint.

Si, alors, ρ est le rapport δ/δ', on trouve facilement

$$\chi = \rho\chi' - \chi_0(\rho - 1),$$

et cette détermination expérimentale est correcte, parce que la constante k de l'équation (1) demeure bien constante lorsque les conditions ci-dessus sont réalisées.

A la vérité, si δ et δ' sont trop différents, le volume v ne peut pas se situer identiquement dans l'espace, ce qui enlève tout crédit aux mesures faites par la méthode inaugurée par P. Curie. Cette critique prend toute son acuité lorsque le volume v est trop grand, enveloppant totalement la région spatiale, où $H(\partial H/\partial x)$ est maximum.

Supposons maintenant que nous utilisions soit un aimant, soit un électro-aimant à pièces polaires biseautées, créant ainsi un champ magnétique non uniforme, mais que nous balayions l'espace par déplacement de cet aimant précisément dans la direction x. Si, sur son parcours, la région où $H(\partial H/\partial x)$ est maximum rencontre un volume v de substance inférieur à sa propre étendue spatiale, il sera possible, si la substance est solidaire d'une balance de torsion d'équilibrer par la torsion du fil l'effet de la force F_x et par la continuation du mouvement, si la substance est diamagnétique, ou au contraire la rétrogradation si elle est paramagnétique, de la maintenir dans la région du maximum. On aura alors la plus grande sécurité pour appliquer l'équation (I) aussi bien pour les mesures absolues que relatives. On pourra même obtenir deux écarts de part et d'autre de l'entrefer, comme c'est le cas dans l'appareil réalisé par P. Curie et C. Cheneveau ([2]).

Mais il est difficile d'avoir un entrefer biseauté donnant de part et d'autre de sa région polaire, et dans une même direction x, deux régions à maximum de même étendue et de produit $H(\partial H/\partial x)$ identique.

C'est pourquoi, lorsqu'on construit la courbe donnant δ en fonction des déplacements de l'aimant dans la direction x on obtient deux valeurs un peu différentes en valeur absolue et asymétriques par rapport à la position initiale de repos de la substance ([3]), ([4]).

J'espère pouvoir montrer, dans une prochaine Note, comment malgré toutes ces difficultés, on peut faire des mesures correctes de susceptibilités et de coefficients d'aimantation, par la seule confrontation de résultats expérimentaux.

([2]) *Ibid.*, p. 594.

([3]) WOLFERS, *Diplôme d'Études supérieures de Physique*, Fac. Sc., Paris, 1914.

([4]) C. COURTY, *Thèse de Sc. phys.*, Fac. Sc. Paris, 1935.

ÉLECTRONIQUE. — *Influence de la radioactivité sur l'émission thermoélectronique des cathodes*. Note (*) de MM. **Jean Debiesse**, **Georges Neyret**, **Jean Challansonnet** et **Jacques Amoignon**, présentée par M. Camille Gutton.

Nous avons signalé la possibilité d'obtenir des cathodes radioactives en irradiant aux neutrons thermiques des alliages de nickel contenant du cobalt [1]. Il est aisé d'obtenir ainsi des cathodes présentant des activités de quelques microcuries.

On sait, par ailleurs, que le courant de saturation pour unité de surface thermoélectronique est assez convenablement représenté par une formule du type suivant [2] :

$$i_s = \frac{I_s}{S} = AT^2 e^{-\frac{11\,600\,\varphi}{T}} e^{\frac{4,39}{T}\sqrt{\frac{V}{D}}},$$

formule dans laquelle le terme $e^{\frac{4,39}{T}\sqrt{\frac{V}{D}}}$ correspond à l'effet Schottky, c'est-à-dire à l'influence du champ électrostatique sur l'émission de la cathode.

Au moment où des β ou des γ quittent un métal radioactif, on peut admettre qu'il se produit une perturbation électrostatique intense dans les points du réseau cristallin sièges de l'émission. Nous avons étudié si de telles perturbations n'avaient pas un effet sensible sur l'émission thermoélectronique. *A priori*, les deux phénomènes sont sans aucune commune mesure puisque la cathode dégage 10^{13} électrons thermiques dans le temps où elle émet un seul électron β.

Dans une première série de recherches, nous avons utilisé comme cathodes du Ni à 5 % de Co. Des cathodes radioactivées ou inertes étaient montées après badigeonnage aux carbonates de Ba/Sr dans des diodes identiques. Les résultats ont été les suivants : dans tous les cas, les courants des tubes à cathodes activées sont plus faibles que ceux des tubes à cathodes inertes.

Utilisant pour la densité du courant de saturation la formule simplifiée suivante :

$$i_s = AT^2 e^{-\frac{11\,600\,\varphi}{T}}, \tag{1}$$

la moyenne des résultats obtenus sur 9 tubes actifs et 9 tubes inertes permet de calculer un potentiel d'extraction φ variant de 1,5 à 2 V dans le premier cas, tandis qu'il est de l'ordre du volt dans le deuxième.

Dans une deuxième série d'expériences, nous avons essayé de localiser

(*) Séance du 21 mai 1951.

(1) J. Debiesse, J. Challansonnet et G. Neyret, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 602.

(2) Hermann et Wagener, *Les cathodes à oxydes*, p. 120, traduction du C. N. E. T.

le phénomène observé. Nous avons utilisé avec les mêmes diodes des cathodes de Ni pur, recouvertes d'un dépôt électrolytique de Co (épaisseur : quelques microns).

Seule la couche de passage métal-oxyde était radioactive. Dans ces conditions, l'émission des cathodes actives est, là encore, plus faible que celle des cathodes inertes. Le potentiel d'extraction des premiers est plus grand que celui des seconds. Il semble bien que cette variation soit liée à la radioactivité plus ou moins grande des cathodes.

Afin d'interpréter ces premiers résultats, nous avons repris la même étude sur des cathodes de tungstène pur. On sait que par irradiation aux neutrons, il est possible d'obtenir les radio-éléments suivants :

— le 187 W de période 24 heures;

— et le 185 W de période 77 jours.

Ayant monté des diodes à filaments de tungstène radioactifs ou inertes, nous avons obtenu cette fois encore des courants thermo-électroniques bien plus faibles, avec les premières diodes qu'avec les secondes. En utilisant la formule (1) les résultats pourraient s'interpréter par une augmentation du potentiel d'extraction. La radioactivité n'agit donc pas seulement sur la conductibilité des oxydes [excitons de Mott (3) ou gaz électronique de Loosjes (4)], comme nous le pensions tout d'abord.

En conclusion, l'étude systématique du fait signalé doit permettre de préciser la théorie même de l'émission thermo-électronique des métaux purs. C'est l'étude que nous avons entreprise dès maintenant.

SPECTROSCOPIE. — *Une nouvelle bande infrarouge caractéristique des amido-acides et des chlorhydrates d'aminoacides.* Note de Mlle **Marie-Louise Josien** et M. **Nelson Fuson**, présentée par M. Paul Pascal.

Au cours de l'étude de huit acides mercapturiques de formule générale $R-S-CH_2-CH\langle{}^{COOH}_{NH-CO-CH_3}$, R représentant les radicaux *p*-fluorophényle, *p*-chlorophényle, *p*-bromophényle, *p*-iodophényle, phényle, benzyle, α-naphtyle, α-anthryle, outre les bandes caractéristiques des amidoacides devenues classiques (1), une bande d'absorption très intense a été remarquée vers 1225 cm^{-1} (valeurs limites 1215 cm^{-1} et 1232 cm^{-1}). Cette bande existe

(3) N. F. Mott et R. W. Gurney, *Electronic processes in ionic crystals*, Clarendon Press, Oxford 1948; Mott, *Les électrons dans les solides*, C. D. U., 1950.

(4) R. Loosjes and H. J. Vinck, *The conduction mecanism in oxyde coated cathodes* (*Philips Res. Rep.*, 4449, 1949).

(1) Randall, Fowler, Fuson and Dangl, *Infrared Determination of Organic Structures*, Van Nostrand Company, New-York, 1949, p. 13.

aussi pour les N-acétylcystéine (²), N-acétylβ-, β-diméthylcystéine (²) et N-acétoacétyl-β, β-diméthylcystéine (³). Les détails de cette étude seront publiés ailleurs, mais nous voulons dès maintenant discuter la signification de cette bande que nous croyons n'avoir pas encore été signalée.

I. *Le groupe carboxyle semble responsable pour cette absorption à* 1225 cm^{-1}. — C'est en effet la seule hypothèse conciliable avec les faits expérimentaux suivants.

1° Cette bande n'est pas présente dans les spectres des cystéines substituées $R—S—CH_2—CH\langle{}^{COOH}_{NH_2}$, les *p*-chlorophénylcystéine, *p*-bromophénylcystéine, phénylcystéine, α-naphtylcystéine (²); or il a été montré que les acides aminés existent à l'état d'ion amphotère et que leur spectre est profondément modifié par la substitution du radical carboxyle ionisé au groupe carboxyle non ionisé (⁴), (⁵), (⁶), (⁷).

2° Les spectres des chlorhydrates d'acides aminés possèdent eux aussi une forte bande à 1 225 cm^{-1}. Personnellement, nous n'avons eu à notre disposition que le chlorhydrate de naphtylcystéine; mais l'existence de la bande dans ce composé permet déjà de rejeter l'hypothèse d'une relation avec le groupement acétyle des acides mercapturiques. Un examen comparatif des onze acides aminés (⁸) et des chlorhydrates correspondants étudiés par Randall (⁹) montre, de plus, que ces derniers présentent tous une bande très intense qui oscille entre 1 240 et 1 210 cm^{-1}, la même région étant particulièrement claire dans les spectres des premiers. Klotz (⁷), de son côté, publie les spectres des chlorhydrates de valine, glycine et norleucine, chacun avec une bande très proéminente à 1 212 cm^{-1}, 1 227 cm^{-1} et 1 198 cm^{-1} respectivement; dans les deux derniers cas, cependant, la comparaison avec l'acide aminé similaire est moins frappante, car les spectres de la glycine et de la norleucine conservent une absorption non négligeable dans cette région.

3° Les deux acides aminés dicarboxyliques, les acides aspartique et glutamique, montrent une forte bande vers 1 210 cm^{-1} (⁹). Il paraît logique d'attribuer cette bande au second carboxyl non inonisé (⁶), (⁹), (¹⁰).

(²) Résultats personnels.

(³) RANDALL et collaborateurs, *loc. cit.*, p. 67.

(⁴) EDSALL, *J. of Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 508.

(⁵) DUVAL et LECOMTE, *Bull. Soc. Chim. France*, **10**, 1943, p. 180.

(⁶) LENORMAND, *J. de chim. phys.*, **43**, 1946, p. 327.

(⁷) KLOTZ et GRUEN, *J. of Phys. Chem.*, 52, 1948, p. 961.

(⁸) Ce sont les acides α-amino-α-méthylbutyrique, α-aminoisobutyrique, α-amino-*n*-valérique, α-amino-*n*-caproïque, l'alanine, la sarcosine, la cystine, la tyrosine, la proline, la phénylalanine et la phénylglycine.

(⁹) RANDALL et collaborateurs, *loc. cit.*, Chap. VII.

(¹⁰) N. WRIGHT, *J. of Biol. Chem.*, **127**, 1939, p. 137.

4° La bande 1 225 cm^{-1} est présente dans les quatorze amidoacides [11] simples analysés par Randall [9].

5° Les spectres des quelques sels métalliques d'acides aminés et d'amido-acides que nous avons trouvés dans la bibliographie, n'ont pas par contre d'absorption dans la région de 1 225 cm^{-1}. Cette affirmation repose sur l'analyse des phénacéturates de baryum et d'argent, du phénylglycinate de potassium, du phénacétate de sodium [9]; des valinate, glycinate et norleucinate de sodium [7].

II. *La bande* 1225 cm^{-1} *peut vraisemblablement être assignée à une vibration du groupe* C—O—H. — En effet, il a été reconnu que la présence d'un groupe carboxyle non ionisé donne naissance à deux bandes d'absorption dans la région qui nous intéresse, entre 7 et 9 μ. Toutes deux sont généralement associées avec le radical C—O—H, l'une avec la liaison C—O, l'autre avec une vibration de déformation de l'oxhydrile [12]. Les valeurs discutées récemment pour leurs fréquences dans les acides acétique, trideutéroacétique, propionique, phénique, [13] inclineraient à penser que la bande 1 225 cm^{-1} est une vibration de déformation du groupe OH; mais une bande vers 1200 cm^{-1} ayant été assignée à la première liaison C—O contenue dans les esters [14], de nouvelles expériences sont nécessaires pour permettre de préciser l'attribution de la bande 1 225 cm^{-1} à l'une ou l'autre des liaisons du groupe C—O—H.

RAYONS COSMIQUES. — *Sur la répartition de divers rayonnements dans les gerbes d'Auger.* Note de MM. **Guy Carmouze** et **Jean Daudin**, présentée par M. Frédéric Joliot.

I. Dans une Note antérieure [1] nous avions étudié les gerbes de Rossi abondantes créées dans le plomb à 2860 m d'altitude. Nous avions distingué parmi ces événements une fraction associée aux gerbes de l'air, parce que des compteurs éloignés sont simultanément touchés. Le reste en est-il réellement indépendant? Nous avons tenté de le savoir en faisant varier la surface du compteur éloigné à 3,80 m. Le tableau I montre que le nombre de

---

[11] Ce sont les acides α-acétamido-β, β-diméthylacrylique, α-phénacétamido-β, β-diméthoxypropionique, α-phénacétamido-*n*-valérique, phénacéturique, ω-benzamido-*n*-caproïque, α-benzamido-β, β-diméthylacrylique, α-phénacétamido-*n*-caproïque, α-phénacétamidoisobutyrique, α-phénacétamido-α-méthyl-*n*-butyrique; les N-phénacétyl-β-alanine, N-phénacétylalanine, N-phénacétyl-β-phénylalanine, N-phénacétylisoleucine et phénacétylvaline.

[12] Lecomte, *Traité de Chimie organique*, Masson, Paris, 2, 1936.

[13] M. Davies, *J. of Chem. Phys.*, 16, 1948, p. 267.

[14] Lecomte, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 1000; Thompson et Torkington, *J. of Chem. Soc.*, 1945, p. 640.

[1] *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 572.

gerbes locales « associées » varie comme le logarithme de la surface de ce compteur. La surface maxima atteinte (2300 cm²) est encore très petite par rapport à l'aire comprise entre les deux systèmes de compteurs (environ 12 m²). En augmentant la surface on trouve toujours de nouvelles gerbes du plomb accompagnées de trajectoires dans l'air. Il n'y a pas de tendance à la saturation et il n'est pas prouvé qu'une fraction de *ces événements soit réellement indépendante des gerbes de l'air*. D'ailleurs le coefficient barométrique de ces événements est de 8,7 %/cm mercure, très voisin de celui des gerbes de l'air. L'anticoïncidence d'un compteur éloigné améliore simplement la courbe de Rossi en éliminant les fortes densités dans l'air qui en faussent le départ. Dans la Note précédente (¹) il convient donc de remplacer les mots gerbes de l'air par les mots gerbes de l'air denses.

Tableau I.

Surface totale des compteurs éloignés.....		115 cm².	230 cm².	460 cm².
Proportion des événements associés aux compteurs éloignés...............	2860 m	526/4337/58,5 h 12,1±0,5 %	1169/6758/100 h 17,3±0,5 %	1731/8098/140,25 h 21,4±0,5 %
	560 m	422/5197/359,8 h 8,1±0,4 %	– –	– –

Surface totale des compteurs éloignés.....		920 cm².	1150 cm².	1600 cm².	2300 cm².
Proportion des événements associés aux compteurs éloignés...............	2860 m	1832/7631/123,8 h 24±0,6 %	– –	– –	2307/7515/114,2 h 30,8±0,6 %
	560 m	– –	502/2590/107,6 h 19,4±0,9 %	430/2083/146,2 h 20,65±1 % 806/3581/251,1 h 22,5±0,8 %	–

II. Nous avons repris une expérience identique à 560 m d'altitude dont le résultat est indiqué par une courbe semblable qui a été décalée de 20 % pour tenir compte de la plus grande densité de l'air.

1° L'association avec le compteur éloigné à 3,40 m est moins fréquente donc les électrons gerbigènes sont en moyenne plus isolés dans l'air.

2° L'association s'accroît plus rapidement avec la surface du compteur adjoint. Le rapport N (1600 cm²)/N (115 cm²) passe de 2,72 ± 0,17 (2,9 ± 0,2 si l'on corrige la densité différente de l'air) à 560 m, à 2,3 ± 0,1 à 2860 m. Puisqu'on gagne davantage vers les faibles densités, c'est qu'elles sont plus fréquentes. L'indice de la loi des densités diminue en altitude. Cette propriété est, on le sait (²), (³), en désaccord formel avec tout schéma de cascade dont la

(²) P. Auger et J. Daudin, *J. Phys. Rad.*, 6, 1945, p. 841.

(³) P. Auger, Maze et Freon, *Phys. Rev.*, 73, 1948, p. 418.

vitesse de multiplication serait indépendante de l'énergie. Les sections efficaces doivent croître lentement avec l'énergie comme c'est le cas pour la composante nucléaire.

III. Pour appliquer correctement cette méthode dont le principe est dû à Janossy, il convient d'éliminer les gerbes denses et les primaires multiples; on doit donc employer :

a. Un sélecteur S d'un rayonnement déterminé R;

b. Un compteur proche *s* en anticoïncidence coupant les gerbes denses.

c. Un ou mieux plusieurs bancs E de surface variable sensibles à des gerbes de densité décroissante.

Application. — 1° Au rayonnement N (nucléaire) dans les gerbes de l'air. Rn est un sélecteur de bursts ([4]), $s = 230 \text{ cm}^2$ à 1 m de R, E passe de 800 cm^2 à $2\,300 \text{ cm}^2$ à 3 m. Ce rapport

$$\rho = \frac{N(R - s + E = 2300)}{N(R - s + E = 800)} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{340}{210\text{ h}} : \dfrac{242}{402\text{ h}} = 2,70 \pm 0,22 \\ \dfrac{425}{197,5\text{ h}} : \dfrac{203}{260,1\text{ h}} = 2,74 \pm 0,22 \end{array} \right. \quad \bar{\rho} = 2,72 \pm 0,15.$$

Les fortuites représentent 10 % et sont dans le même rapport.

2° Au rayonnement G (électromagnétique) de grande énergie. Rg est un sélecteur de gerbes de Rossi à plus de 5 rayons sous 24 mm de plomb, *s* et E sont les mêmes que ci-dessus. La fréquence N_R des événements Rg est la même que celle des événements Rn

$$\rho = \frac{\dfrac{N(R - s + E = 2300)}{NR}}{\dfrac{N(R - s + E = 800)}{NR}} = \frac{1\,588}{18\,245} : \frac{945}{19\,202} = \frac{8,7\,\%}{4,92\,\%} = 1,77 \pm 0,07$$

(pas de fortuites).

Ces deux rapports sont très différents. L'accroissement de surface a plus d'effet pour la composante N qui est beaucoup plus étalée que la composante G dont le libre parcours de collision dans l'air est d'ailleurs moitié moindre. Ceci confirme quantitativement les conclusions anciennes obtenues avec la chambre de Wilson ([5]).

L'avantage de cette méthode est de donner des résultats calculables théoriquement.

([4]) A. Daudin et J. Daudin, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1197.

([5]) Daudin, *Ann. Phys.*, 20, 1945, p. 563.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de l'évolution de l'activité dépolarisante et catalytique des composés oxygénés du manganèse.* Note de M. **Jean Brenet** et M[lle] **Anne-Marie Briot**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'évolution de l'activité dépolarisante et catalytique de composés oxygénés de manganèse a été étudiée en fonction de la température d'un traitement thermique appliqué au dépolarisant. On peut enregistrer ainsi une brusque discontinuité de l'activité et du potentiel électrochimique pour une température voisine de 160°. Un examen par rayons X en rayonnement monochromatique permet également de suivre l'évolution de la structure.

Dans une Note précédente [1] nous avons présenté quelques résultats nouveaux sur l'évolution des propriétés catalytiques et dépolarisantes de composés oxygénés du manganèse après un traitement thermique à une température fixe.

Dans la présente Note, nous apportons quelques précisions à ces premiers résultats. Pour cela, nous avons opéré sur le composé dépolarisant des traitements thermiques à des températures allant de 110° à 360°. Nous avons pu suivre l'influence de ces températures de traitement sur les deux caractéristiques essentielles déjà mentionnées dans notre Note précédente [1] : potentiel électrochimique et activité dépolarisante. Enfin, nous avons examiné par les rayons X la modification de structure cristalline en réalisant des diagrammes en rayonnement rigoureusement monochromatique avec la raie K_α du molybdène. Les diagrammes du dépolarisant avant et après traitement thermique étaient obtenus sur le même cliché et avec le même temps de pose.

De cette étude, nous avons pu tirer les résultats suivants : 1° le potentiel électrochimique semble peu affecté par un traitement effectué dans l'intervalle de température 110°-150°. Il décroît ensuite très rapidement pour l'intervalle 150°-330°. Il y a donc une brusque discontinuité du potentiel pour une température de traitement voisine de 150°. Le potentiel décroît ensuite linéairement avec la température du traitement. La pente de la droite peut atteindre une valeur de l'ordre de 80 mV pour 100° pour certains dépolarisants; 2° pour l'activité, nous notons également une discontinuité brutale pour un traitement thermique réalisé aux environs de 150°. Toutefois, contrairement à ce qui se passe pour le potentiel, après la brusque diminution au delà de 150°, l'activité reste à peu près constante jusqu'à 325°. Il y a donc simplement une variation discontinue, mais très marquée, de l'ordre de 25 à 50 % par rapport à l'activité initiale quand on opère le traitement thermique à une température supérieure à 160° environ;

---

[1] *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1300.

3° jusqu'ici, pour de simples difficultés expérimentales, vu que l'activité du produit après traitement à 325° était sensiblement la même que pour le produit traité à 175°, nous n'avons réalisé des diagrammes X en monochromatique que pour le produit traité à 325°. Il y a bien alors tendance à amélioration générale de la texture cristalline comme nous l'avons déjà signalée ([1]). Toutefois, dans certains cas, il nous a été possible d'enregistrer une tendance au retour vers la structure initiale quadratique de la pyrolusite par réapparition de certaines raies qui avaient disparu dans l'activation, sans que pour cela la structure complexe toujours observée pour les composés du manganèse utilisés comme dépolarisant paraisse sensiblement modifiée, tout au moins dans l'état actuel de nos expériences.

Il est évident, que prochainement nous préciserons encore cette évolution de la structure avec la température du traitement thermique, tant par les rayons X que par la diffraction électronique. L'ensemble de ces résultats continue à nous montrer que la phase supplémentaire à la pyrolusite existant dans un produit actif ne conditionne pas elle seule l'activité dépolarisante et catalytique. On peut d'après les diagrammes X dire que tout traitement d'activation tend à faire apparaître la phase supplémentaire à la pyrolusite, mais par contre, la diminution même très forte de l'activité ne semble pas faire disparaître cette phase supplémentaire. Il y a seulement amélioration de la cristallisation des différentes phases du composé dépolarisant. Dans la théorie donnée par l'un de nous ([2]) de la dépolarisation, nous pouvons penser que l'amélioration de l'état cristallin tend à rendre les lacunes moins accessibles aux ions H^+. La variation rapide de potentiel électrochimique nous montre que cette grandeur est très sensible aux modifications de l'état cristallin de la phase supplémentaire coexistant avec la pyrolusite comme de la pyrolusite elle-même. Au contraire, la méthode de détermination de l'activité dépolarisante, en raison des nombreux facteurs qui interviennent dans la dépolarisation dans une cellule électrochimique, est moins sensible et par suite nous concevons qu'entre 175° et 325° nous n'enregistrions qu'une activité sensiblement constante. Il est possible que certaines expériences soient, comme la mesure du potentiel électrochimique, plus aptes à suivre les variations d'état cristallin et l'on peut en particulier penser à la décomposition catalytique de l'eau oxygénée.

Enfin, la température de discontinuité, signalée plus haut, dans les propriétés du composé du manganèse peut correspondre également à une modification de l'état de valence ou de la nature des liaisons entre manganèse et oxygène. Toute méthode propre à enregistrer ce fait serait intéres-

([2]) J. Brenet, *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 543.

sante, en particulier la magnétochimie et peut-être même encore davantage l'étude des fréquences caractéristiques des discontinuités d'absorption X du manganèse.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de la conjugaison dans la série hétérocyclique pentagonale.* Note de M. **Nguyen-Quang Trinh**, présentée par M. Paul Pascal.

Si nous considérons le tétrahydrothiophène ($\mu = 1,87$ D) ([1]) et le tétrahydrosélénophène ($\mu = 1,79$) ([1]), leurs moments dipolaires ([2]) peuvent être considérés comme les moments σ des liaisons aliphatiques qui constituent le squelette des cycles thiophène et sélénophène. Comme le moment du thiophène est égal à 0,56 ([3]) et celui du sélénophène 0,41 ([3]), en négligeant le changement du moment de CH (de l'ordre de 0,05) et l'effet de changement des angles valentiels, nous pouvons regarder les différences $1,87 - 0,56 = 1,31$ et $1,79 - 0,41 = 1,38$ comme mesurant dans chaque molécule le moment mésomère qui, ici, est dirigé en sens inverse du moment σ, c'est-à-dire de l'hétéroatome vers le cycle. Le même calcul appliqué au tétrahydrofurane et au furane donne la différence de

$$1,68\,(^1) - 0,67\,(^1) = 1,01$$

Ces différences indiquent une plus forte conjugaison dans la molécule du sélénophène que dans celle du thiophène. Le sélénium appartenant au même groupe que le soufre avec les électrons $4s^2$ et $4p^4$ sur la couche extérieure fait cependant partie d'une plus grande période et est plus apte à répandre son octet. Si les données thermochimiques et spectroscopiques manquent, à notre connaissance, pour la série du sélénophène, la comparaison des énergies de résonance pour le furane, le pyrrole et le thiophène 23, 31, 31 kcal/mol montre que l'extension de conjugaison augmente avec la décroissance de l'électronégativité de l'hétéroatome, celui qui est le plus électronégatif ayant la plus petite tendance à assurer la charge + accompagnant les structures I, II, III, IV dans lesquelles il perd une paire d'électrons non couplés :

CH—CH, CH—CH, A: ; (I) CH—CH, CH CH:—, A+ ; (II) CH—CH, —:CH CH, A+ ; (III) CH—CH:—, CH CH, A+ ; (IV) —:CH—CH, CH CH, A+

(1) H. V. de Robles, *Rec. trav. Chim.*, 58, 1939, p. 111.

(2) Tous les moments cités ont été mesurés dans des conditions identiques : méthode des doubles battements hétérodynes — solvant : benzène — température : 20°.

Ils sont exprimés en Debyes (10^{-18} C. G. S.).

(3) Mesures faites par l'auteur.

Le sélénium venant tout de suite après le soufre dans l'échelle des électro-négativités, nous pouvons nous attendre à trouver pour le sélénophène une énergie de résonance légèrement supérieure à 31 Kcal/mol et une contribution totale des formes I à IV de l'ordre de 30 %, en comparaison du taux de 28 % pour le thiophène (calculé à partir des distances interatomiques) ([4]).

Si nous considérons maintenant les moments du dibenzothiophène 0,8 ([5]) et du dibenzosélénophène 0,42 ([3]), comme l'adjonction de deux noyaux benzéniques ne doit pas beaucoup influer sur le moment σ de l'hétérocycle, les différences $1{,}87 - 0{,}8 = 1{,}01$ pour la première molécule et $1{,}79 - 0{,}42 = 1{,}37$ pour la seconde montrent une extension de conjugaison beaucoup plus grande dans le dibenzosélénophène. Ceci est en accord avec une plus grande réactivité ([6]) de cette molécule; ainsi, la réaction de Friedel et Crafts est complète au bout de 4 à 5 heures au lieu d'une douzaine d'heures que nécessite le dibenzothiophène et donne toujours des dérivés dicétoniques, tandis que l'on peut obtenir des dérivés monosubstitués avec le dibenzothiophène. Dans les deux molécules, la substitution se fait aux sommets 3 et 6 (comme dans la molécule de phénanthrène à laquelle elles peuvent être comparées) et montre la contribution prédominante relative des structures du type

La différence dans la série du furane $1{,}68 - 0{,}88$ ([7]) $= 0{,}80$ classe la réactivité du dibenzofurane au-dessous de celle du dibenzothiophène. Longuet-Higgins ([8]) a expliqué le faible caractère aromatique du furane et du pyrrole par la présence seule dans l'azote et l'oxygène des orbitales s et p capables de liaison tandis que dans le soufre, la possibilité d'hybridation des orbitales $3d$ et $4p$ fait que les orbitales moléculaires des électrons π dans un dérivé du thiophène correspondra étroitement avec celles des dérivés analogues du benzène.

Le transfert intramoléculaire d'électrons dans tous ces dérivés « dibenzo » ne doit cependant pas être très important et la comparaison des moments mésomères indique même une diminution de ce transfert quand on passe des molécules hétérocycliques simples à leurs dérivés « dibenzo ». Ceci s'explique par le remplacement d'une liaison du cycle par un noyau benzénique dont le

---

([4]) L. Pauling, *The nature of the Chemical bond.*

([5]) Robert G. Charles et Henry Freiser, *J. Am. Chem. Soc.*, 72, 1950, p. 2233.

([6]) Communication privée de M. Nguyen-Hoan.

([7]) E. Bretscher, *Helv. Phys. Acta*, 2, 1929, p. 257.

([8]) *Trans. Far. Soc.*, 1949, p. 173.

pouvoir de conjugaison est inférieur à celui d'une liaison éthylénique [9]. La facilité qu'ont le dibenzothiophène et le dibenzosélénophène de donner des oxydes tandis que le thiophène et le sélénophène n'en donnent pas montre bien que dans les premières molécules il y a une importance prédominante des structures de résonance n'impliquant pas le transfert des paires d'électrons de l'hétéroatome et dans lesquelles ces électrons sont plus aptes à la coordinence avec l'oxygène. Les calculs de répartition électronique effectués par Longuet-Higgins et Coulson [10] dans la série du pyrrole ont donné comme charge résiduelle sur l'azote : 1,692 *e* dans le pyrrole, 1,742 *e* dans l'indole et 1,782*e* dans le carbazole.

L'étude de la conjugaison dans la série hétérocyclique pentagonale par la considération des moments mésomères montre donc l'importance du rôle que jouent l'électronégativité de l'hétéroatome et la périphérie moléculaire, en excellent accord avec l'expérience et la méthode des orbitales moléculaires.

PHOTOCHIMIE. — *Sur la phosphorescence du chlorure de sodium.* Note (*) de Mlle **Marguerite Lautout**, présentée par M. Pierre Jolibois.

On sait que les rayons X colorent le chlorure de sodium en jaune brun [1]. Ils donnent en même temps naissance à une phosphorescence de longue durée qui s'étend dans le domaine ultraviolet.

Nous avons étudié quantitativement le déclin de cette phosphorescence en fonction du temps au moyen de photocompteurs au ferro-nickel de courbe de brillance spectrale connue. Les expériences ont été effectuées à différentes températures. L'influence de la température se traduit par un accroissement de la vitesse de déclin de la phosphorescence (*fig.* 1).

La forme des courbes témoigne de l'existence de trois processus principaux de cinétiques différentes. Ces trois parties se distinguent nettement si on trace la courbe en coordonnées logarithmiques (*fig.* 1), ce qui permet également de calculer la vitesse de décroissance correspondant à chacun des processus.

Il est probable que ces trois vitesses sont la résultante d'un grand nombre de vitesses de décroissance correspondant chacune à la libération d'une espèce déterminée de pièges. Ceci semble être confirmé par l'allure de la « glow-curve ». Cette dernière présente trois pics principaux correspondant aux trois parties de la courbe de déclin, mais chacun de ces pics est

(9) L. Pauling et A. Sherman, *J. Chem. Phys.*, 1, 1933, p. 679.
(10) *Trans. Far. Soc.*, 43, 1947, p. 87.

(*) Séance du 7 mai 1951.
(1) Fr. Seitz, *Rev. of Mod. Physics*, 18, 1946, p. 384-408.

hérissé de pics secondaires. Une étude statistique sur un grand nombre de « glow-curves » permettra de déterminer les pics secondaires correspondant à des pièges et ceux qui sont dus aux fluctuations (*fig.* 2).

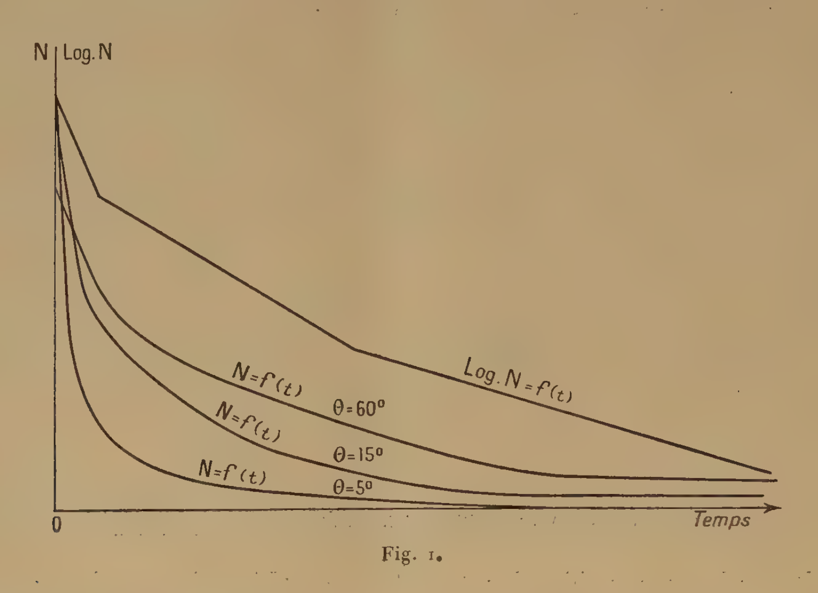


Fig. 1.

Lorsque la phosphorescence due aux rayons X s'est éteinte, des rayonnements d'énergie beaucoup plus faible que celle qui les caractérise peuvent la faire réapparaître; il suffit pour obtenir cette réanimation d'éclairer le

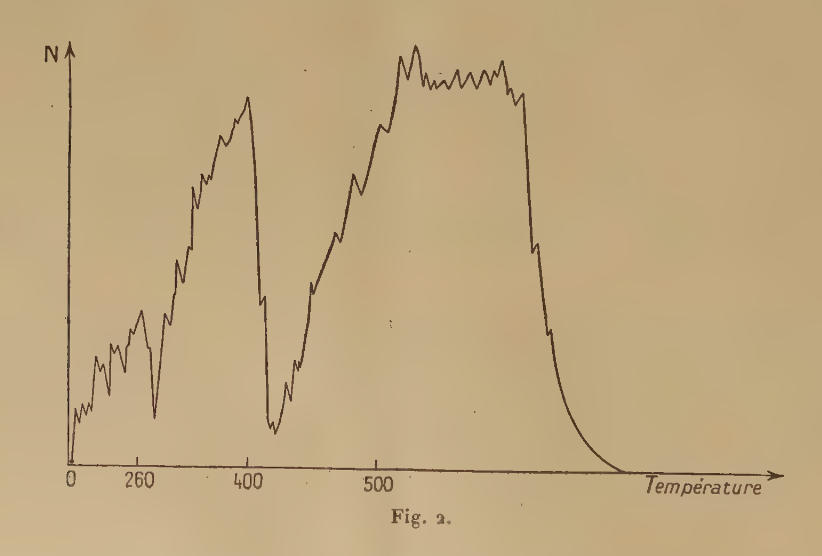


Fig. 2.

cristal à l'aide d'un rayonnement de longueur d'onde comprise entre 2 200 et 5 500 Å. Le ClNa après la première excitation ne reviendrait donc pas à son niveau fondamental, mais à un niveau intermédiaire métastable de

vie moyenne très longue puisque la réanimation est encore possible plusieurs semaines après l'excitation aux rayons X.

L'étude de la phosphorescence induite par les U. V. après cessation de l'émission due aux rayons X, montre que la courbe de déclin de cette nouvelle phosphorescence en fonction du temps présente la même allure que la courbe relative au phénomène primaire. Les vitesses de décroissance sont les mêmes, mais la durée de l'émission est dix fois plus faible environ.

Si l'on étudie l'intensité de cette phosphorescence en fonction du temps d'irradiation aux U. V. on obtient une courbe présentant un maximum.

Des expériences analogues effectuées avec du KCl ont conduit à des résultats identiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les nitro-7 et les amino-7 coumarines.* Note (*) de MM. **David Libermann**, **André Desnoës** et **Louis Hengl**, présentée par M. Marcel Delépine.

La préparation des nitro-7, amino-7 et nitro-7 acétyl-3 hydroxy-4 coumarines est décrite. L'acide nitro-4 hydroxy-2 cinnamique est obtenu à partir du dérivé acétylé formé en même temps que la nitro-7 coumarine.

Bien que de nombreux dérivés nitrés ou aminés de la coumarine aient déjà été préparés, on n'a pas encore décrit, à notre connaissance, l'amino-7 coumarine. Sa proche parenté avec l'acide *p*-aminosalicylique l'aurait pourtant rendue intéressante.

Il faut chercher les raisons de cette lacune dans l'absence d'une bonne méthode de préparation de l'aldéhyde *p*-nitro-salicylique. Segesser et Calvin [1] avaient bien préconisé une synthèse de ce produit à partir du nitro-4 acétoxy-2 toluène, mais elle nous a donné de bien mauvais résultats. Clinton et Laskowski [2] ont fait ressortir eux aussi la relative inaccessibilité de l'aldéhyde *p*-nitro-salicylique par cette méthode. Récemment, Bavin et collaborateurs [3] ont décrit une méthode d'oxydation du nitro-4 acétoxy-2 toluène. Nous nous sommes servis, après quelques modifications, de cette dernière synthèse pour préparer l'aldéhyde *p*-nitro-salicylique.

La réaction de Perkin appliquée à cet aldéhyde donne la nitro-7 coumarine avec un rendement de 58 %. En même temps, il se forme une petite quantité d'acide trans nitro-4 acétoxy-2 cinnamique qui, par saponification, se transforme en acide nitro-4 hydroxy-2 cinnamique.

(*) Séance du 16 mai 1951.

(1) *J. Am. Chem. Soc.*, **64**, 1942, p. 825.

(2) *J. Am. Chem. Soc.*, **71**, 1949, p. 3602.

(3) *J. Pharm. et Pharmac.*, **2**, 1950, p. 764.

Étant donné la forte activité bactériostatique de l'acétyl-3 hydroxy-4 coumarine [4], trop toxique malheureusement pour l'usage clinique, nous avons voulu préparer son dérivé 7-nitré. Nous y sommes parvenus en appliquant la méthode d'Anschütz [5] au chlorure de l'acide nitro-4 acétoxy-2 benzoïque.

Aldéhyde p-nitro-salicylique ($C_7H_5O_4N$). — On ajoute peu à peu, en agitant et en refroidissant, 96 cm³ d'acide sulfurique concentré à 600 cm³ d'anhydride acétique. On additionne le tout de 31,3 g de nitro-4 hydroxy-2 toluène et on agite 1 h. On ajoute 600 cm³ d'acide acétique, on refroidit à 0° et on introduit peu à peu 112 g d'anhydride chromique. On agite encore 3 h entre 5 et 10° et on coule dans 5 l d'eau glacée. Le précipité est essoré, lavé à l'eau et séché. On obtient 22 à 24 g de triacétate de 4-nitro-salicyl aldéhyde. Le triacétate est hydrolysé suivant la technique de Bavin [3].

Nitro-7 coumarine ($C_9H_5O_4N$). — On chauffe 3 h au reflux 12 g d'aldéhyde nitro-4 salicylique, 18 g d'acétate de sodium anhydre et 27 g d'anhydride acétique. On coule dans un mortier, on réduit la masse en pâte, on essore et on lave avec de petites quantités d'anhydride acétique, puis à l'eau. On traite au CO_3Na_2 dilué qui dissout l'acide coumarique formé. On essore et on lave à l'eau. Le produit est chauffé 2 h au reflux avec 13 g de CO_3Na_2 et 320 cm³ d'eau. On filtre à chaud et on précipite à chaud par ClH. On essore après refroidissement et on recristallise dans 300 cm³ d'acide acétique à 50 %. Cristaux chamois. F 196-198°. Rdt 8 g. Une nouvelle cristallisation donne un produit fondant à 198-200°.

Analyse. — Trouvé % : C 56,07, 56,14; H 2,68, 2,79 au lieu de C 56,54; H 2,61 calculé.

Acide nitro-4 acétoxy-2 cinnamique (*trans*) ($C_{11}H_9O_6N$). — La solution de carbonate qui a servi à laver la coumarine brute est acidifiée par ClH dilué. On obtient un précipité jaune pâle qui, recristallisé dans le dioxanne à 50 %, fond à 196°. Rdt 1 g (5 %).

Analyse. — Trouvé % : C 52,75, 52,48; H 3,84, 3,95; N 5,83, 6,05 au lieu de C 52,66, H 3,58, N 5,57 calculé.

Acide nitro-4 hydroxy-2 cinnamique (*trans*) ($C_9H_7O_5N$). — 1 g de l'acide précédent est chauffé 1 heure avec 1 g de CO_3Na_2 et 20 cm³ d'eau. On filtre et l'on précipite par ClH dilué. Après décoloration au noir animal et recristallisation dans l'alcool à 50 %, on obtient de fins cristaux jaunes, se décomposant à 267° (bloc). Rdt 0,5 g (60 %).

Analyse. — Trouvé % : C 51,07, 50,89; H 3,55, 3,71; N 6,83, 6,90 au lieu de C 51,16, H 3,35, N 6,70 calculé.

Amino-7 coumarine ($C_9H_7O_2N$). — A une suspension de 8 g de poudre de fer dans 130 cm³ d'eau contenant 1,3 g de $ClNH_4$ et maintenue à 80-90°, on ajoute peu à peu 4 g de nitro-7 coumarine. On agite encore 3 h à 90-100°, on laisse refroidir et l'on essore. On épuise le fer au Soxhlet avec 150 cm³ d'acétone. L'acétone est chassée et le résidu recristallisé dans l'alcool. Rdt 2,5 g (74 %). F 205-206°. Aiguilles jaunes. Les solutions présentent une vive fluorescence bleue.

Analyse. — Trouvé % : C 66,81, 67,06; H 4,36, 4,25; N 8,64, 8,58 au lieu de C 67,08, H 4,34, N 8,69 calculé.

Nitro-7 acétyl-3 hydroxy-4 coumarine ($C_{11}H_7O_6N$). — On ajoute 5,7 g d'acétylacétate d'éthyle dissous dans 30 cm³ d'éther à une solution d'alcoolate de sodium, préparée à partir de 1,05 g de sodium et de 20 cm³ d'alcool absolu dans 30 cm³ d'éther. On introduit

---

(4) UKITA, NOJIMA et MATSUMOTO, *J. Am. Chem. Soc.*, 72, 1950, p. 5143.

(5) *Ann. Chem.*, 367, 1909, p. 169.

dans ce mélange une solution de 10 g de chlorure d'acide acétyl-*p*-nitro-salicylique dans un mélange de benzène et d'éther et l'on chauffe au reflux pendant 1 h. On ajoute alors une nouvelle portion d'alcoolate de sodium préparé de la même façon à partir de 1,05 g de sodium et l'on chauffe encore 3 h. On essore et on lave à l'éther. Le produit est mis en suspension dans l'eau et acidifié à l'acide acétique. On essore, on lave à l'eau et l'on recristallise dans le dioxanne. F 201°.

Analyse. — Trouvé % : N 5,59, 5,51 au lieu de 5,62 calculé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Améliorations du rendement et schémas réactionnels dans quelques réductions et réactions de composés carbonylés avec les métaux.* Note (*) de M. **Joseph Wiemann**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'action de l'acétone ou de l'oxyde de mésityle sur le sodium, de même que la réduction de l'acroléine par le magnésium et l'acide acétique donnent, en grande proportion, des produits de condensation élevée, mal définis [1].

Dans ces deux réactions le mécanisme s'effectue à la surface du métal, et les molécules très polaires, comme celles étudiées, se rassemblent et s'orientent sur le solide. Les produits intermédiaires très réactifs qui prennent naissance peuvent alors réagir soit entre eux, soit avec des molécules voisines. Si la surface est très grande, presque toutes les molécules seront fixées sur celle-ci, la réaction a lieu entre les produits intermédiaires très actifs, et pourra donner des polymères. Si la surface est plus réduite, le film superficiel sera composé de plusieurs molécules et l'action pourra avoir lieu entre le produit intermédiaire et des molécules n'ayant pas réagi.

C'est ainsi que semblent s'expliquer les résultats suivants : l'acétone, l'oxyde de mésityle réagissent sur le sodium dispersé dans le toluène ou le xylène selon le procédé Hansley [2] en donnant jusqu'à 40 % de produits de condensation élevée mal définis; en introduisant, au contraire le sodium progressivement, et en évitant sa dispersion, la proportion de résine est faible. Il en est de même dans la réduction de l'acroléine par le magnésium en présence d'acide acétique; c'est en introduisant le métal très progressivement que la proportion de produits élevés est diminuée.

Pour changer la nature des composés obtenus, il est nécessaire que le rapport surface-concentration puisse être modifié considérablement; ceci est possible dans les réactions envisagées qui sont assez violentes; les transformations modérées n'ont guère donné de résultats en changeant de mode opératoire; les films superficiels sont sans doute moins denses.

Les schémas réactionnels dépendent du réactant; dans le cas de l'acétone

(*) Séance du 21 mai 1951.

[1] Glacet, *Ann. Chim.*, (12), 2, 1947, p. 293.

[2] *J. Amer. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 2303.

on peut supposer avec Freer [3], qu'il y a d'abord substitution donnant le dérivé sodé $CH_2{=}C(ONa){-}CH_3$; celui-ci se condense avec une autre molécule pour donner l'oxyde de mésityle; ce dernier ou l'acétone conduit au même produit de condensation, l'isophorone [4].

Nous voyons que la condensation se fait bien avec une autre molécule d'acétone; la polymérisation semble devoir se faire au contraire par polymérisation du composé vinylique $CH_2{=}C(ONa){-}CH_3$.

Toutes les cétones comportant le groupement $-CO-CH_3$ donnent un produit analogue à l'isophorone; il y a lieu de supposer que les hydrogènes du groupement méthyle, par suite de l'hyperconjugaison [5], sont particulièrement mobiles, et conduisent à des produits de substitution comme le dérivé de Freer; les réactions de condensations ultérieures doivent ensuite être du même type. Cette hyperconjugaison se traduit aussi par une augmentation du moment dipolaire, elle doit donc favoriser l'orientation des molécules à la surface des métaux, donc le mécanisme envisagé.

GÉOLOGIE. — *Sur le littoral Ouest de la pointe de Beauduc (delta du Rhône).* Note (*) de Mme **Lucien Razavet**, née **Christiane Duboul**, transmise par M. Pierre Pruvost.

La plaine de Beauduc est formée de terrains récents constitués de la manière suivante : la sédimentation littorale, très active dans la région, donne naissance à une série de cordons littoraux emboîtés les uns dans les autres, les plus récents étant les plus externes. Entre eux subsistent des lagunes peu profondes, vite comblées par une sédimentation sablo-vaseuse résultant à la fois de troubles déposés par les eaux et d'apports éoliens.

Le rivage Ouest actuel est une ancienne flèche littorale atterrie, plus ou moins plate. En bordure de la mer se construisent par endroits des dunes mouvantes de petites dimensions, barkhanes et surtout nekbas (dunes longitudinales) dont l'existence éphémère est à la merci d'une saute de vent qui peut les disperser sans en laisser de traces. Plus haut, on voit d'abord s'implanter une timide végétation halophile (*Salicornia macrostachya*) favorisant la formation de petites dunes longitudinales embryonnaires un peu plus stables; cet édifice peut être submergé et détruit lors

---

(3) *J. Amer. Chem. Soc.*, 19, 1897, p. 878.

(4) *Voir* Note suivante.

(5) *Voir* par exemple : Crawford, *Hyperconjugation* (*Quarterly Review*, 3, 1949, p. 226).

(*) Séance du 21 mai 1951.

des tempêtes de Sud-Ouest, mais il se reconstitue et s'accroît très vite lorsque les conditions météorologiques redeviennent favorables. Au bout d'un certain temps, et d'abord dans la région d'origine de la flèche, grâce à la résistance à l'ensevelissement des *salicornia*, le système dunaire embryonnaire a tendance à se stabiliser et est ultérieurement fixé par *Ammophila* et *Agropyrum*. Ainsi se constituent des cordons de dunes ou *montilles*, limitant une dépression lagunaire bordée vers l'intérieur des terres par une autre ligne de *montilles*, installées sur un cordon lagunaire ancien, plus ou moins étalé par le vent. Très souvent quand la dépression lagunaire est à peu près comblée, les systèmes dunaires tendent à l'envahir par l'étalement, en direction de la côte, de la ligne de montilles qui la limite sur son bord continental.

Ces systèmes dunaires longitudinaux par rapport au vent dominant (mistral) se différencient des dunes ordinaires de plages (dunes transversales) par une granulométrie plus monodispersée. Ils passent peu à peu vers l'intérieur à des formations dunaires cohérentes plus évoluées.

Corrélativement, les lagunes se transforment plus ou moins rapidement en vastes plaines salées et dénudées, les *sansouires*, parsemées par place de touffes de salicornes (l'engane) et soumises pendant l'hiver à une inondation souvent totale et de durée variable selon le régime des pluies et des vents. Elles se remblaient lentement suivant des mécanismes sédimentaires variables avec les saisons. En hiver, alors que les eaux sont très élevées, toutes ces dépressions communiquent plus ou moins entre elles et un apport important de sédiments peut provenir du déversement des étangs inférieurs, qui, sous l'influence des vents du nord, refoulent leurs eaux à travers le « pertuis de la Comtesse » vers les lagunes du Sud. Les éléments fins en suspension se déposent au centre des lagunes accompagnés d'une grande quantité de matériaux éoliens arrachés aux dunes voisines. En été, au contraire, la sédimentation éolienne domine, surtout dans les dépressions asséchées où peuvent même s'installer des dunes.

Bien que les systèmes dunaires puissent parfois déborder l'emplacement des anciens cordons littoraux sur lesquels ils ont pris naissance, ils ne paraissent pas subir de déplacements transversaux importants, ce qui tient sans doute à ce que ce sont des systèmes longitudinaux orientés Nord-Est-Sud-Est dans le lit des vents dominants. Leur absence en dehors d'une bande relativement étroite, contiguë au littoral et correspondant à un terrain récemment gagné sur la mer, donne à penser que des systèmes dunaires plus anciens sans doute établis en arrière de ceux que nous connaissons sont disparus sous l'effet de l'ablation éolienne (faute d'une alimentation suffisante).

Le régime sédimentaire que nous venons d'étudier à dû être celui de beaucoup de plaines maritimes.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur la nature métamorphique des Serpentines de la Kabylie de Collo (Algérie).* Note (*) de M. **Marcel Roubault**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Le problème d'une origine métamorphique possible des roches hyperbasiques, déjà abordé en 1911 par M. Longchambon ([1]), puis par R. Perrin et l'auteur ([2]) a été repris au cours de ces récentes années; dans deux Mémoires relatifs à des massifs importants, classiquement décrits comme d'origine magmatique, J. Avias pour la Nouvelle-Calédonie centrale ([3]) et S. Van Biljon pour la région du Bushweld (Afrique Australe) ([4]) ont opté pour une origine métamorphique des roches étudiées.

Ces derniers travaux m'ont incité à reprendre récemment l'étude du massif de Serpentine situé dans le secteur Nord-Est de la Kabylie de Collo (Département de Constantine, Algérie). Les recherches nouvelles ont essentiellement porté sur le flanc occidental de la Baie des Beni Saïd, le long du sentier qui relie la Zeriba des Beni-Saïd à la Baie de Tamanart.

Elles ont abouti à l'observation des faits nouveaux suivants :

1° L'importance des bancs de calcaires dolomitiques jaunes et spathiques déjà signalés et intercalés de façon isoclinale dans la serpentine est encore plus grande que les descriptions antérieures ne le laissaient supposer.

2° Il est bien exact que certains de ces bancs sont séparés de la serpentine massive par une zone laminée intéressant d'ailleurs la serpentine autant que le calcaire jaune. Mais en outre, à 300 m au Sud de l'extrémité méridionale de la masse principale, j'ai observé, sur le bord du sentier et en pleine masse de serpentine, un banc d'une puissance d'environ 2 m qui montre, du toit au mur et sans aucune interruption dans la masse, *le passage continu* d'une serpentine verte, à veinules claires caractéristiques, à la dolomie massive exclusive de toute serpentine. Ce banc ne présente aucune trace d'action dynamique.

De la dolomie à la serpentine pure, la transition se fait par apparition progressive de taches vertes de serpentine de plus en plus abondantes. La nature sédimentaire du banc ne peut être mise en doute; il plonge de 50-60° Nord, 20° Est. Au mur, il est dégagé et légèrement en surplomb au-dessus du sentier qui le recoupe en un virage. Le sol paraît être en dolomie, mais aucun autre contact avec la serpentine n'est visible en raison

(*) Séance du 21 mai 1951.

([1]) *Bull. Serv. Carte Géol. Fr.*, **21**, 1910-1911, p. 323-391.

([2]) *Bull. Serv. Carte Géol. Alg.*, 5e série, n° 4, 1939, p. 139.

([3]) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, **19**, 1949, p. 439-451.

([4]) *Trans. Géol. Soc. South Afr.*, **52**, 1950, p. 1-175.

du maquis. Au toit, la serpentine est recouverte par un éboulis. La nature des minéraux a été confirmée par un examen au microscope polarisant. Ces observations seront complétées par l'étude de nouvelles sections minces et des analyses chimiques. Mais d'ores et déjà elles permettent d'énoncer des conclusions :

a. Les serpentines de la Kabylie de Collo sont des roches métamorphiques et non des roches magmatiques. Le passage continu observé de cette serpentine à la dolomie apporte ainsi une justification à l' « apparente stratification » des blocs et à leur « pendage assez régulier » déjà signalés antérieurement.

b. Les enclaves de gneiss, parfois très volumineuses (plusieurs dizaines de mètres) que l'on observe dans tout le massif de serpentine ne représentent probablement en réalité que le souvenir de zones de composition chimique différente dans un grand ensemble atteint par le métamorphisme. La disposition générale des roches a certainement été influencée par des mouvements tectoniques ultérieurs; il est en outre permis de se demander si les propriétés mécaniques de la serpentine, particulièrement friable et apte à servir de « lubrifiant », ne constituent pas une explication de la rareté des contacts non écrasés entre cette roche et des roches plus dures.

c. Dans le métamorphisme de la dolomie, la serpentine semble apparaître la première; je n'ai pas observé d'olivine. Cette constatation suggère la possibilité de renverser, au moins localement, l'ordre des transformations admises dans l'hypothèse d'une origine magmatique des péridotites elles-mêmes transformées ultérieurement en serpentine. L'olivine et la bronzite seraient au contraire le résultat ultime d'une transformation métamorphique de la serpentine, cette dernière provenant elle-même de la transformation d'une dolomie. Cette succession, déjà envisagée par J. Avias à propos de la Nouvelle-Calédonie, n'est pas invraisemblable dans le cas de certaines roches de la Kabylie de Collo; elle expliquerait en particulier la rareté des échantillons dans lesquelles on peut observer nettement l'olivine et les pyroxènes.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un horizon à galets de dolomie fossilifère dans le Grès à Voltzia (Trias inférieur) des Vosges.* Note de M. **Louis Grauvogel**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Je signale la présence, dans le tiers inférieur du Grès à *Voltzia* (Trias Inférieur) de la région de Saverne, d'un niveau contenant des *galets de dolomie à fossiles marins.*

Ces galets sont en grande majorité plats; les deux faces parallèles planes, couvertes de coquilles marines convexes sur une face et concaves sur l'autre, correspondent à la stratification d'origine : ce sont des morceaux

de dolomie arrachés à des couches parfaitement litées. Ils sont arrondis sur les bords, peu ou presque pas roulés, surtout les gros. Leurs dimensions varient de la taille d'un pois à celles d'une dalle à contours arrondis de 20 à 60 cm de diamètre, parfois même plus, et de 4 à 15 cm d'épaisseur à peu près uniforme pour un échantillon. Sur la tranche l'alternance de couches de duretés différentes fait ressortir des moulures parallèles saillantes et rentrantes, évidemment sculptées par la force du sable en suspension dans l'eau (ou dans le vent ?). Ce sable a donné le grès qui entoure actuellement ces galets.

Sur cassure fraîche ils sont d'un magnifique rouge vif ou rouge brique (dans les grès rouges) ou d'un magnifique rose vif (dans les grès rosés) ou bien d'un jaune paille ou gris (dans les grès blancs ou gris). Ils sont formés de grains de quartz roulés très fins, incolores, enrobés dans une pâte de dolomie très dure, colorée, plus ou moins cristalline. Il y a des cassures ressoudées par de la dolomie cristallisée incolore et qui ne se prolongent pas dans le grès : la dolomie aurait donc cristallisé avant l'érosion qui en a fait des galets.

Le fait le plus intéressant, du point de vue paléontologique et stratigraphique, est leur richesse en fossiles marins. La plupart des galets contiennent des quantités énormes d'empreintes de mollusques bivalves semblables à celles du grès coquiller de la base du Muschelkalk inférieur, les Myophories en plus petite quantité. *Toutes les coquilles sont petites*, toutes les valves sont dissociées, couchées, orientées toutes avec leur convexité du même côté en lits parallèles. Ainsi des gros galets de 12 à 15 cm d'épaisseur montrent 4 ou 5 lits distincts.

Ces galets, surtout par leur grande taille, leur contour peu usé, leurs surfaces planes avec coquilles encore en relief nettes et leur gisement souvent sur un même niveau, donnent l'impression qu'ils ont été formés au voisinage immédiat ou sur l'emplacement même où la dolomie fossilifère s'était déposée.

Je n'ai pas trouvé de fossiles marins dans les grès qui entourent ces galets. Il y en a cependant beaucoup dans le grès coquiller du Muschelkalk inférieur, bien au-dessus de ces assises du grès à *Voltzia*.

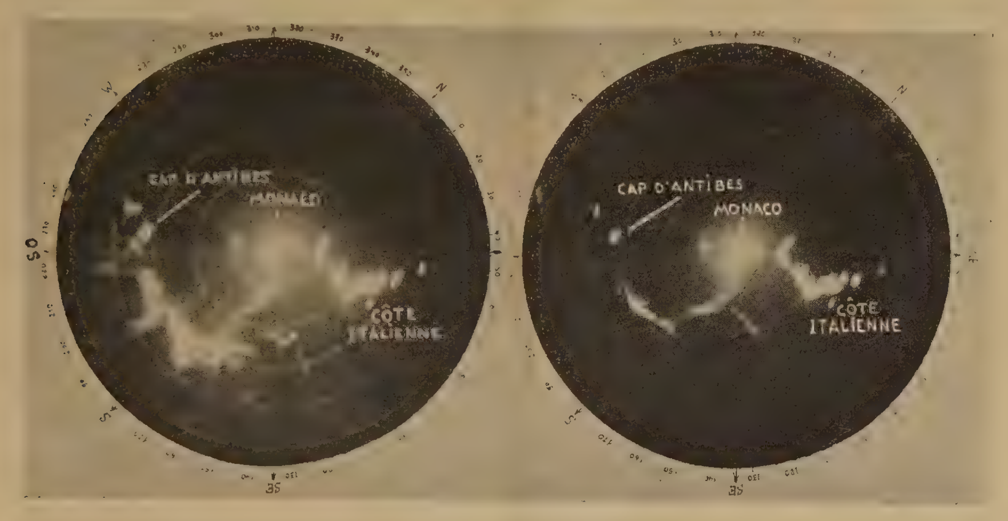
MÉTÉOROLOGIE. — *Observation d'échos de radar provenant d'une région sans nuages*. Note (*) de M. **Jean Broc**, transmise par M. Jules Rouch.

Le 20 mars 1951, il a été observé avec le radar du Musée Océanographique de Monaco, des échos en provenance de couches basses de l'atmo-

(*) Séance du 21 mai 1951.

sphère, sans qu'il soit possible de les rapporter à des nuages ou à d'autres phénomènes météorologiques visibles à l'emplacement des échos.

Le radar utilisé fonctionne sur 3,2 cm de longueur d'onde, avec une puissance de 30 kW crête, des impulsions de 0,5 μs se répétant 1200 fois par seconde ou de 1 μs se répétant 500 fois par seconde, et un faisceau rayonné de forme conique de 3° d'ouverture. Cet appareil est utilisé depuis novembre 1950 à des observations quotidiennes d'échos sur les précipitations et les nuages.



Photographie n° 1. 15 h 37 T. U. le 20-3-51.

Photographie n° 2. 16 h 18 T. U. le 20-3-51.

Deux des photographies de l'écran panoramique le 20 mars 1951.

Cercles espacés de 5 milles marins.

Les échos particuliers du 20 mars ont été observés de 13 h 10 mn à 17 h T. U. Ils ont pris naissance en mer à 20 milles marins de Monaco entre l'Est et le Sud-Est puis ils se sont reformés continuellement de plus en plus vers le Sud-Ouest, se rapprochant ainsi du Cap d'Antibes, mais en restant à une distance comprise entre 15 et 20 milles de Monaco. Ces échos, vus sur l'écran panoramique avaient tantôt la forme de rubans sinueux de 1 à 2 milles de largeur (photographie n° 2) tantôt une forme d'amas floconneux (photographie n° 1) qui est souvent celle des échos sur les précipitations. Ils provenaient de couches très basses de l'atmosphère, certainement au-dessous de 1000 m. Leur intensité maximum était de l'ordre de 5.10^{-10} W. Ils ne subissaient aucun changement lorsqu'on changeait la durée et la fréquence des impulsions. Dans l'ensemble ces échos avaient le même aspect que celui d'une précipitation de moyenne importance.

Cependant, aucun nuage n'était visible à l'emplacement de ces échos. Un banc d'alto-cumulus s'était bien développé à peu près en même temps que les échos et ces nuages ont été photographiés au cours de leur évolution, mais en confrontant nos observations avec celles des stations météorologiques de Nice, de Cannes et du Cap d'Antibes il a été possible d'acquérir la certitude que ce banc était en réalité à 10 milles au Sud de la zone d'où venaient les échos. De plus, de 15 h 30 mn à 17 h T. U., les échos ont été observés au voisinage immédiat du Cap d'Antibes (photographie n° 1). Cette station, alertée aussitôt par téléphone n'a observé pendant ce laps de temps, aucun nuage à moins de 10 milles de distance; le ciel y était clair et ensoleillé, la mer calme.

M. Barbé, Ingénieur en chef de la Météorologie Nationale, assistait à ces observations.

Au point de vue météorologique, la région de Nice était placée dans une vallée entre deux anticyclones, l'un de 1030 mb entre l'Espagne et les Açores, l'autre de 1020 mb sur l'Angleterre. L'après-midi du 20 mars les vents étaient d'Ouest et forts sur la côte, de Marseille à Saint-Raphaël, ils faiblissaient brusquement entre Saint-Raphaël et Antibes; à Monaco le vent était d'Est très faible. Une dépression très légère de 1008 mb existait au sol, centrée à 20 milles au Sud-Est de Monaco, elle disparaissait en altitude où existait à 3 000 m un front occlus à caractère de front froid.

Nous avons eu connaissance postérieurement à nos observations, que des échos qui semblent du même genre ont été observés en Méditerranée, par le radar de bord d'un avion anglais (1).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Subsistance des facteurs de floraison à travers une année complète de vie à l'obscurité.* Note de M. **Pierre Chouard**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Chez la Jacinthe des Bois, le bulbe, s'il est gros à l'origine, peut, après avoir poussé et fleuri à l'obscurité totale, refleurir l'année d'après s'il reste encore assez gros, et bien que la plante ait été privée de lumière depuis 22 mois. Cette expérience associe la mise à fleur, chez cette espèce, à la *masse* des réserves, la plupart insolubles, même si elles ont été profondément remaniées en l'absence de tout apport de la photosynthèse.

Pour former leurs ébauches florales, la plupart des plantes doivent recevoir au même moment un éclairement plus ou moins intense, modelé ou non selon le rythme des jours et des nuits. On sait que certaines espèces

(1) Captain H. J. Field, *Report to the Ministry of Civil Aviation*, E. K. Cole Ltd. Southend on Sea (Essex), 1950.

cependant, que j'appelle « aphotiques » [1], sont capables d'élaborer les primordia de leurs fleurs à l'obscurité complète, mais grâce aux substances fabriquées à la lumière durant le cycle de croissance immédiatement antérieur. Telles sont quelques plantes à grosses graines comme les Pois [2] utilisant les substances formées à la lumière par la plante mère et accumulées dans la graine, ou des plantes à tubercules comme les Pommes de terre [2], ou surtout des plantes à bulbe comme la Jacinthe, la Tulipe, etc. [1].

On peut se demander si la floraison épuise les facteurs de mise à fleurs ainsi accumulés, si elle est tributaire de la photosynthèse accomplie l'année d'avant ? L'expérience suivante permet de répondre à cette question :

Une dizaine de bulbes de Jacinthe des bois [*Endymion nonscriptus* (L.) Garcke], choisis parmi les plus gros, sont prélevés en février 1950, avant que la pousse feuillée sorte de terre. Ces bulbes, replantés en pots, sont disposés, dans un sous-sol sombre, à l'intérieur d'une caisse métallique, dans une obscurité totale. Dans cette situation, les feuilles puis les hampes florales ne tardent pas à pousser, mais dans un état d'étiolement absolu; les fleurs, plus pâles, s'épanouissent, puis tout l'appareil aérien se flétrit et pourrit sur place sans avoir vu la lumière, laissant dans le sol des bulbes devenus plus petits. Remis en février 1951, en plein air, les bulbes ainsi traités ont cependant repoussé normalement. La plupart, devenus trop petits, ne fleurissent pas, mais deux d'entre eux, demeurés plus gros, viennent de fournir chacun une hampe florale bien constituée.

Pour comprendre la signification de cette expérience, il faut savoir que, chez les bulbes considérés, dans les conditions naturelles, la mise à fleur se produit toujours si le bulbe dépasse un peu une taille critique propre à l'espèce envisagée; elle n'a jamais lieu si le bulbe est un peu plus petit que cette taille. Au printemps, chez *Endymion*, les feuilles poussent en vidant totalement les tuniques du bulbe de leurs substances. Puis, grâce à leur activité de photosynthèse, les feuilles renvoient de nouvelles réserves dans leurs propres bases qui se constituent en tuniques tubérisées remplaçant totalement l'ancien bulbe. Les ébauches florales s'élaborent en été aux dépens de ces réserves tout récemment accumulées [3]. Dans l'expérience réalisée ici, les feuilles, complètement étiolées au printemps de 1950, à l'obscurité, ont renvoyé, avant de mourir, une partie de leur substance s'accumuler dans les nouvelles tuniques tubérisées formées par leurs bases. Un nouveau bulbe s'est ainsi constitué, plus petit que le précédent de tout ce qui avait été perdu par la croissance et la respiration des feuilles et des fleurs, sans aucune récupération par photosynthèse. Il a suffi que quelques-

---

(1) *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 96 (*Mémoires* 1949), 1950, p. 106-146; et références citées dans ce Mémoire.

(2) A. C. Léopold *Plant Physiol*,, 24, 1949, p. 530-533.

(3) P. Chouard *Thèse*, Paris, 1930, et *Ann. Sc. Nat. Bot.*, série 10, 13, 1931, p. 131-323.

uns se soient reformés un peu au-dessus de la taille critique pour être encore capables de fleurir normalement en 1951 malgré l'absence de lumière en 1950.

Les facteurs de tous ordres nécessaires à la mise à fleur, trophiques et hormonaux, connus et inconnus, qui avaient été accumulés grâce à la photosynthèse en 1949 et auparavant, ont pu subsister à travers tout le cycle de croissance et de floraison de l'année 1950, sans aucun apport nouveau de lumière et malgré les remaniements considérables que représente un transfert total depuis les vieilles tuniques jusque dans les nouvelles feuilles et une réaccumulation dans la base ultérieurement tubérisée de ces feuilles. Cette expérience préliminaire indique que la *loi qui fait ici dépendre la floraison de la masse des matières disponibles* reste vraie, même après un épuisement partiel et un remaniement total des substances de réserve. Pourtant il n'y a pas de différence sensible de concentration actuelle en substances solubles entre bulbes supérieurs et inférieurs à la taille critique. Cette singulière *action de la masse des matériaux disponibles*, matériaux pourtant la plupart insolubles et sujets à une lente lyse diastasique, déjà notée par les jardiniers et rappelée par Blaauw ([4]) pour la floraison de bien des bulbes, est à rapprocher de l'observation que M. Georges Tessier et moi-même ([5]) avions faite sur la proportionalité de la vitesse de croissance des plantules de melons à la masse totale des réserves laissées à l'origine dans la graine. Sans exclure l'hypothèse de substances organo-formatives de type hormonal, la présente expérience suggère que, dans le cas des plantes aphotiques, ces substances et en tout cas les facteurs de floraison quels qu'ils soient, dépendent de la masse de matières disponibles plutôt que de la manière dont cette masse a été accumulée ou remaniée.

ÉCOLOGIE. — *Origine des substances toxiques du sol des associations sans thérophytes du Rosmarino-Ericion.* Note (*) de M. **Gabriel Deleuil**, transmise par M. Louis Emberger.

Faits nouveaux montrant que dans les associations du Rosmarino-Ericion l'absence de thérophytes est due à des sécrétions toxiques de certaines espèces, et non aux qualités physico-chimiques du sol. Il y a parallélisme entre le degré de toxicité et la qualité phytosociologique des espèces, les plus toxiques étant les plus caractéristiques des associations. Les carbonates terreux accentuent la toxicité de la substance excrétée par les racines.

Nous avons vu dans une précédente Note ([1]) que les sols des Associa-

([4]) *Nederl. Akad. v. Wetensch. Proceed.*, 44, 1941, p. 514-520, 684-689.
([5]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1976.

(*) Séance du 21 mai 1951.
([1]) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1362.

tions du Rosmarino-Ericion contiennent des substances toxiques solubles dans l'eau, s'opposant au développement des thérophytes.

Si au lieu d'utiliser, comme eau d'arrosage, les eaux de lessivage du sol, l'on se sert d'eaux dans lesquelles on fait macérer, puis on broie, des racines d'espèces caractéristiques du Rosmarino-Ericion (par exemple : *Erica multiflora*, *Helianthemum lavandulæfolium*, *Globularia Alypum*, *Rosmarinus officinalis*, etc.), on observe des phénomènes identiques à ceux que nous avons observés en utilisant l'eau de lessivage : les graines de thérophytes germent, mais les plantules ne tardent pas à mourir.

De même, si l'on fait germer sur milieu gélosé les graines de ces espèces caractéristiques en mélange avec des graines de thérophytes, l'ensemble étant uniformément arrosé d'eau ordinaire, on constate que toutes les plantules d'annuelles dépérissent et meurent, alors que les autres poursuivent normalement leur croissance.

Nous pouvons en conclure que les racines des espèces caractéristiques du Rosmarino-Ericion excrètent une substance toxique, et que celle-ci est la cause de la toxicité des sols habités par ces associations et de l'élimination des thérophytes.

Nous avons remarqué que le degré de toxicité des espèces précitées n'est pas identique chez toutes et que les espèces phytosociologiquement les plus caractéristiques sont les plus toxiques. L'ordre de toxicité décroissante est le suivant : *Erica multiflora*, *Lithospermum fruticosum*, *Helianthemum lavandulæfolium*, *Andropogon pubescens*, *Globularia Alypum*, *Stæhelina dubia*, *Linum glandulosum*, *Rosmarinus officinalis*.

L'action toxique de la substance sécrétée par une même espèce varie avec la teneur en carbonates terreux du sol. Elle est d'autant plus forte que la teneur en carbonates est plus élevée, mais ces substances accentuent seulement la toxicité, qui est une propriété liée aux espèces végétales. Si l'on opère, par exemple, avec du sable siliceux pur, l'action toxique continue à se manifester, le temps écoulé entre l'apparition des premiers signes de dépérissement et la mort de la plantule étant simplement plus long que dans le cas des terres riches en carbonates terreux.

Enfin, la toxicité des sols du Rosmarino-Ericion disparaît, si l'on chauffe la terre au delà de 50°, la substance toxique étant détruite par la chaleur, ou si l'on soumet le sol à des lessivages successifs. Dans une terre débarrassée ainsi de ses substances toxiques, les graines de thérophytes germent et donnent des individus qui se développent et fructifient normalement.

Ces expériences confirment que la composition physico-chimique des terres occupées par le Rosmarino-Ericion n'est pas un obstacle au développement des thérophytes et que l'absence de représentants de ce type biologique est due à des phénomènes de télétoxie (G. Bertrand).

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la composition des algues des Iles Kerguelen,* Macrocystis pyrifera *(L.) Ag et* Durvillæa antartica *(Cham) Hariot.* Note de M. **Charles Sannié**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans une Note précédente, nous avons exposé les résultats des analyses faites sur des échantillons desséchés de *Macrocystis pyrifera* (L.) Ag recueillis au début de janvier 1950 par la mission française aux îles Kerguelen, dirigée par le Commandant Sicaut. Cette mission nous ayant apporté à son retour en France de nouveaux échantillons recueillis au début de l'automne austral, nous avons pu comparer la composition de ces algues à la fin du printemps et au début de l'automne.

Les échantillons de *Macrocystis pyrifera* qui nous ont été adressés en dernier lieu n'avaient pas été desséchés à l'air comme les premiers, mais placés en baril dans une saumure assez concentrée pour qu'aucune fermentation ne put se produire. Effectivement, les algues retirées du baril et débarrassées de l'excès de saumure ont toute l'apparence d'algues fraîches. Mais il est évident qu'une diffusion des sels a dû se produire, et qu'ainsi la composition minérale des algues a été plus ou moins modifiée.

En même temps que les *Macrocystis*, nous avons reçu des spécimens desséchés à l'air d'une autre algue de très grande taille qui accompagne la première dans les anses du rivage des îles. Ils se présentent sous forme d'énormes digitations aplaties, d'environ 3 à 4 cm d'épaisseur dont la longueur doit atteindre plusieurs mètres et dont la largeur dépasse parfois 40 cm. Cette algue a été dentifiée par M. Robert Lami comme étant *Durvillæa antarctica* (Cham) Hariot, algue répandue sur les rivages antarctiques et au sujet de laquelle nous n'avons trouvé aucun renseignement d'ordre chimique. Il nous a donc paru intéressant de déterminer la composition de cette Fucale, et de la comparer à celle de *Macrocystis*, qui se rapproche des Laminaires.

Nous avons utilisé exactement les mêmes techniques que pour nos premières analyses. Mais, avec *Macrocystis*, nous nous sommes heurté à une difficulté qui ne s'était pas rencontrée sur les algues séchées à l'air, et qui tient sans doute à leur conservation dans la saumure. La fine poudre obtenue après avoir séché les algues et les avoir lavées soigneusement à l'eau douce est beaucoup plus hygroscopique que celle obtenue directement avec les échantillons non conservés dans la saumure. Aussi avons-nous dû déterminer l'humidité pour chaque série de dosages faits simultanément, et non une fois pour toutes. En outre, la présence d'un grand excès de sel provenant de la saumure ayant pénétré à l'intérieur des stipes et des flotteurs entraîne un accroissement important des cendres solubles, et surtout du chlore et du sodium, et interdit pour ces organes toute compa-

raison avec les résultats obtenus sur les algues séchées à l'air; elle n'empêche pas cependant de préciser les variations relatives de leurs constituants les uns par rapport aux autres.

La composition chimique des frondes de *Macrocystis* recueillies au début d'avril (correspondant au début de l'automne austral) n'est pas, dans son ensemble, sensiblement différente de celle des algues récoltées à la fin du printemps (fin décembre). Les seuls points à retenir sont un abaissement d'environ 50 % des cendres insolubles, une augmentation de la fucoïdine, qui a presque doublé, l'élévation marquée de la laminarine, et surtout les variations considérables du taux de l'iode, qui a sensiblement doublé dans les frondes, passant de 0,09 à 0,17 %, alors qu'il s'abaisse dans les stipes de 0,23 à 0,02 % et dans les flotteurs de 0,15 à 0,01 %.

Il est possible qu'un tel déséquilibre, dans les stipes et les flotteurs, soit dû au déplacement des iodures par des chlorures, consécutif à l'immersion dans la saumure, puisque cet abaissement ne s'observe pas dans les frondes, mais seulement dans les organes pour lesquels le déséquilibre salin est très important. L'hypothèse d'une variation saisonnière propre à ces organes ne peut cependant pas être absolument exclue.

La composition chimique de *Durvillæa antartica*, desséchée à l'air, est très différente. Le taux de cendres totales ne dépasse pas 25 % du poids sec, les cendres insolubles atteignent 10,8 %, et l'iode 0,28 %. L'acide alginique est beaucoup plus élevé que dans *Macrocystis* (33,1 %) et la laminarine (ou plus exactement un polyoside donnant par hydrolyse un sucre fermentescible) atteint 11,54 %. La quantité de mannitol, que nous avons identifié et dosé, ne dépasse pas 3,5 %. Enfin, de l'insaponifiable, on peut isoler le fucostérol F 120-122°, $\alpha_D = -38,9$.

Si l'utilisation de ces algues comme source d'acide alginique ou d'iode devait être envisagée un jour, il serait donc préférable d'utiliser *Durvillæa antartica* au lieu de *Macrocystis*.

ZOOLOGIE. — *Croissance relative et profils de croissance des péréiopodes du Crustacé Isopode* Sphæroma serratum *Fab.* Note de Mme **Lucette Potier**, présentée par M. Maurice Caullery.

A partir de la sortie des poches incubatrices jusqu'à la première apparition des différences sexuelles, les Sphéromes (*Sphæroma serratum* Fab.) effectuent six mues : les six premiers âges de la vie constituent une période d'indifférenciation sexuelle. La seconde mue est marquée par l'apparition de l'ébauche de la 7e paire de péréiopodes, qui était absente jusque-là, et n'atteint qu'à la 3e mue une taille comparable à celle des autres.

La durée des intermues, observée en élevage, augmente au début du

développement : de 15 à 20 jours (à 23°) pour le second âge, elle atteint rapidement 30 à 40 jours au cours des mues suivantes.

Le rapport d'accroissement lors d'une mue décroît à partir d'un maximum correspondant à la seconde mue. L'apparition des différences sexuelles à la 6ᵉ mue paraît se traduire par une diminution brusque de ce rapport.

Croissance relative des péréiopodes. — L'étude de la croissance relative de la longueur totale des péréiopodes, en fonction de l'écartement des yeux pris comme dimension de référence, montre, pour les péréiopodes des 2ᵉ, 3ᵉ, 4ᵉ, 5ᵉ et 6ᵉ paires, l'existence de deux phases successives :

La 1ʳᵉ phase, comprenant les deux premiers âges, est caractérisée par une allométrie négative : les appendices thoraciques s'allongent moins rapidement que l'ensemble du corps. A partir de la 3ᵉ mue, l'allométrie devient positive, les pattes s'allongent plus rapidement. Le taux d'hétérauxèse est sensiblement le même dans les six premières paires de péréiopodes.

Ce remarquable changement d'allure dans la croissance relative après la seconde mue coïncide avec l'apparition de l'ébauche du péréiopode de la 7ᵉ paire. Il existe peut-être un rapport de causalité morphogénétique entre les deux phénomènes.

Quant à l'allongement du péréiopode de la 7ᵉ paire, étudié de la même façon, il est très rapide durant le 3ᵉ âge, qui suit immédiatement son apparition : le coefficient d'hétérauxèse $\alpha = 1,48$. Après la 3ᵉ mue, ce taux s'abaisse brusquement et prend une valeur voisine de ceux des autres péréiopodes.

Profils de croissance des péréiopodes. — La croissance relative des divers articles des péréiopodes a été définie par l'étude des relations allométriques liant la longueur de chaque article à la longueur totale de la patte, calculée, comme précédemment, par addition des longueurs des articles mesurées directement.

Il est nécessaire, pour la plupart des péréiopodes, de faire intervenir deux relations allométriques successives. Le passage de l'une à l'autre, qui se traduit par une modification du « profil de croissance » de l'appendice, s'effectue, dans tous les cas, semble-t-il, à la 3ᵉ mue. Pour les péréiopodes de la 7ᵉ paire, ce changement de profil coïncide avec la variation du taux de croissance relative de l'appendice envisagé dans son ensemble. Pour les autres péréiopodes, le changement de profil est postérieur au changement du taux d'allongement global décrit ci-dessus.

A chaque moment, la série des taux d'hétérauxèse des articles successifs dessine un « profil de croissance » de l'appendice. Après le stade critique de la 3ᵉ mue, les profils de croissance offrent sensiblement la même allure dans tous les péréiopodes : ils présentent un maximum dans le carpopodite pour les 5ᵉ et 6ᵉ paires, dans le propodite pour la 7ᵉ paire. Ces profils sont

très analogues à ceux qui ont été mis en évidence chez l'Isopode *Asellus aquaticus* par A. E. Needham (¹) et qui comportent un taux maximum dans le carpopodite pour la 3ᵉ paire, dans le propodite pour les 5ᵉ, 6ᵉ et 7ᵉ paires de péréiopodes. Un tel profil à maximum subterminal s'observe également dans la croissance régénératrice (²).

Durant la période qui précède la 3ᵉ mue, c'est-à-dire tant que la 7ᵉ paire de péréiopodes n'a pas pris son allure définitive, les profils de croissance des péréiopodes antérieurs sont très différents et presque en tous points inverses de ceux qui viennent d'être décrits : le taux maximum de croissance se situe alors dans le basipodite. Cette modification du profil de croissance est comparable à celle qu'A. Voy (³) a mise en évidence dans les pattes de la Blatte orientale, bien qu'elle survienne à un stade beaucoup plus précoce de l'ontogénie.

Chez le Sphérome, ni l'apparition des différences sexuelles, ni la puberté ne semblent introduire de modification notable dans la croissance relative ou les profils de croissance des péréiopodes. Les phénomènes décrits ici paraissent tous liés au retard de développement qui affecte la dernière paire de péréiopodes chez les Isopodes.

GÉNÉTIQUE. — *Sur une nouvelle anomalie génétique* (*diplopodie*) *chez le Crapaud ordinaire* (Bufo bufo). Note de M. **Jean Rostand**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nous avons indiqué, dans une Note précédente (¹), l'intérêt que peut présenter la méthode de gynogenèse pour l'exploration du patrimoine héréditaire chez les Batraciens anoures. Parmi des larves d'origine gynogénétique, nous avions déjà vu apparaître une polydactylie faible (bilobation de l'extrémité de l'orteil I), qui est vraisemblablement en rapport avec l'état homozygote d'un gène récessif (²). En poursuivant nos essais, nous avons obtenu, par ce même procédé, une nouvelle anomalie des membres, beaucoup plus prononcée.

La gynogenèse était pratiquée de la façon habituelle : fécondation par sperme irradié de *Rana temporaria* et refroidissement de l'œuf fécondé pour provoquer l'autorégulation chromosomique permettant d'obtenir des larves

---

(¹) *Proc. Zool. Soc. London*, 113, 1943.

(²) M. Abeloos et L. Potier, *C. R. Soc. de Biologie*, 144, 1950, p. 1529.

(³) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 207.

(¹) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 2130.

(²) De même, Chiyoko Tokunaga a vu apparaître, chez *Rana nigromaculata*, parmi des produits de parthénogenèse traumatique, des têtards albinos, dus à l'extériorisation d'un gène récessif d'albinisme porté par la mère.

diploïdes et robustes ([3]). Les femelles de *Bufo* utilisées provenaient du Finistère.

Dans un petit lot de larves (six individus) provenant d'une même femelle, deux se signalèrent précocement par une courbure caractéristique de la queue, en forme de faucille à concavité inférieure, et par la grosseur des bourgeons des membres postérieurs, beaucoup plus saillants et surtout plus évasés que chez l'animal normal. Ces têtards étaient, en outre, comme déséquilibrés et tournaient quelquefois sur eux-mêmes.

Quand leurs pattes postérieures furent bien développées et digitées, elles apparurent nettement atypiques : le membre est court (brachymélie) et le pied est fortement polydactyle, chaque pied présentant *huit orteils*, paraissant disposés en deux groupes, deux orteils longs du côté externe et six très courts du côté interne.

On a l'impression qu'il s'agit, non pas d'une polydactylie de type classique, mais d'un *redoublement partiel du pied*, et cette interprétation se trouve confirmée par l'examen des membres antérieurs.

L'un des têtards périt avant que ceux-ci ne se soient bien formés, mais, des deux côtés, l'ébauche du membre montrait à son extrémité une assez profonde encoche. Quant à l'autre animal, encore vivant et vigoureux, il porte à chacune de ses mains huit doigts plus ou moins individualisés, lesquels, surtout du côté droit, semblent distribués en deux groupes. Les membres antérieurs sont très courts et arqués en dedans. L'animal a peine à se maintenir en position normale et se tient fréquemment couché sur le dos.

Cette anomalie, beaucoup plus accentuée que toutes celles jusqu'ici rencontrées chez le Crapaud, est certainement d'origine génétique, puisqu'elle se manifesta de façon quasi identique chez deux larves issues d'une même femelle; elle est liée très probablement à l'intervention d'un gène récessif, dont la gynogenèse a permis le redoublement.

Elle paraît assez comparable à l'anomalie *diplopodie* que Taylor et Gunns ont signalée chez les poules et qui s'exprime par un redoublement partiel des métatarsiens et des métacarpiens, des doigts antérieurs et des doigts postérieurs, avec raccourcissement des os longs ([4]). La diplopodie se comporte chez les volailles comme une mutation récessive létale. Chez le Crapaud, elle n'est pas létale et paraît même n'entraîner aucune diminution de la vitalité, mais la structure si anormale des membres antérieurs et postérieurs gêne manifestement l'animal, qui, sans doute, ne pourrait, dans la nature, atteindre l'âge adulte.

([3]) *Voir* J. Rostand, *C. R. Soc. Biol.*, 141, 1947, p. 563.

([4]) *J. of Heredity*, 38, 1947, p. 67-76.

Toujours est-il que la diplopodie n'a jamais été signalée chez le Crapaud. Je n'ai observé qu'une fois le redoublement du pied chez cet animal, mais il s'agissait d'une anomalie unilatérale (pied gauche), et les deux pattes antérieures étaient parfaitement normales.

Pour le développement de la Génétique des Batraciens, il serait avantageux d'obtenir des anomalies héréditaires chez des espèces faciles à élever, telles que *Xenopus lævis* : aussi nous proposons-nous d'appliquer à cet animal les méthodes de gynogenèse diploïde qui ont permis, chez le Crapaud, de faire apparaître d'intéressantes mutations.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Étude chronaximétrique comparative des effets de la cortisone et de la désoxycorticostérone, et leur retentissement sur le système nerveux.* Note (*) de MM. **Raoul Lecoq**, **Paul Chauchard** et Mme **Henriette Mazoué**, présentée par M. Robert Courrier.

Nos études antérieures avaient déjà porté, pour une part, sur l'acétate de désoxycorticostérone de synthèse et nous avaient montré, en particulier, l'effet acidosique de cette substance dont l'action nerveuse est empêchée par une injection alcalogène préalable, alors qu'une injection acidogène reste sans effet. Nous avons pensé qu'il serait intéressant de reprendre et d'amplifier ce travail, en comparant à l'aide de la méthode chronaximétrique les effets de la cortisone et de la désoxycorticostérone, utilisant comme matériel d'essai des produits industriels types et des produits purs, que nous devons à M. T. Reichstein. Dans tous les cas, nos échantillons étaient utilisés en dispersion aqueuse avec adjonction de 10 à 20 % de tween 80, ce qui en facilitait grandement la manipulation. Nous avons cru bon d'en rapprocher les effets de ceux de l'hormone adrénocorticotrope (A. C. T. H.).

Désoxycorticostérone (D. O. C.). — La préparation industrielle mise en œuvre était de l'acétate de désoxycorticostérone; le produit pur était la 11-désoxycorticostérone. Les résultats obtenus, dans l'un et l'autre cas, sont absolument superposables.

Les injections sous-cutanées ou intrapéritonéales de 125 γ à 2,5 mg de D. O. C. sont suivies d'effets diphasiques sur le système nerveux, comportant d'abord une excitation avec diminution des chronaxies nerveuses, puis une dépression avec augmentation des mêmes chronaxies. Les mêmes doses présentent une action acidosique marquée, une injection préalable de bicarbonate de sodium inhibe, en effet, le retentissement nerveux de l'injection de D. O. C. A ce pouvoir acidosique se rattache l'antagonisme mis en évidence par la même méthode, entre cette substance

(*) Séance du 7 mai 1951.

et les vitamines alcalogènes, telles que le groupe des vitamines du complexe B, et les hormones alcalosiques, dont l'antéhypophyse est le chef de file.

Nous avons également établi l'antagonisme qui existe entre la D. O. C., l'acétylcholine et l'histamine (mais qui ne se retrouve pas avec l'adrénaline) et qui neutralise les effets chronaxiques anaphylactiques, liés par exemple à une double injection d'ovalbumine.

Ajoutons que, si la D. O. C. ne neutralise pas les effets nerveux d'une absorption ou d'une injection d'alcool éthylique, elle inhibe par contre l'action de ses dérivés métaboliques : acétaldéhyde et acide pyruvique.

Cortisone. — Les sources utilisées, de provenance scientifique ou industrielle, étaient toutes deux acétylées et correspondaient, par conséquent, à l'acétate de substance Fa de Reichstein ou de « compound E » de Kendall (11-déhydro-17-oxycorticostérone-acétate).

L'injection de cortisone (aux doses de 125 γ à 2,5 mg) n'a, sur le système nerveux, qu'un effet dépressif non précédé d'une phase d'excitation, qui paraît plus prolongé, mais moins brutal, avec les doses faibles qu'avec les doses fortes. A l'inverse de la D. O. C., l'action de la cortisone est empêchée par une injection préalable acidogène de chlorure d'ammonium, tandis qu'une injection alcalogène a un effet majorant. En confirmation de ce pouvoir alcalosique, nous avons noté une neutralisation par les vitamines acidosiques, telles que la vitamine C et une neutralisation par la posthypophyse, alors que les effets nerveux sont, au contraire, exagérés par les vitamines du complexe B et par l'antéhypophyse.

Comme la D. O. C., la cortisone est neutralisée par l'acétylcholine et l'histamine; elle empêche en effet le déclenchement de l'anaphylaxie chronaxique et s'oppose, en outre, à l'adrénaline.

Elle neutralise aussi les effets nerveux des produits du métabolisme de l'alcool (acétaldéhyde et acide pyruvique) et même étend ses effets à l'alcool éthylique.

Hormone adrénocorticotrope (A. C. T. H.). — Ayant étudié comparativement la désoxycorticostérone et la cortisone et noté leur comportement vis-à-vis des extraits antéhypophysaires et posthypophysaires, il était intéressant d'en rapprocher les effets de ceux de l'hormone adrénocorticotrope.

Comme l'extrait antéhypophysaire (et comme d'ailleurs toutes les préparations antéhypophysaires), l'A. C. T. H. augmente les chronaxies nerveuses et se trouve neutralisée par une injection acidogène préalable; elle se montre donc alcalosique. Elle est d'ailleurs inhibée dans ses effets nerveux par les vitamines acidosiques.

Par contre, l'A. C. T. H. n'exerce pas d'action empêchante sur la double injection d'ovalbumine et n'apparaît neutralisée ni par l'acétylcholine ni

par l'histamine. A l'opposé de la cortisone et de la D. O. C., elle n'a pas d'effet sur l'anaphylaxie chronaxique.

Cependant, de même que la cortisone, elle inhibe les effets de l'alcool et de ses produits métaboliques (acétaldéhyde et acide pyruvique).

Conclusions. — Dans la mesure où il est possible de considérer la désoxycorticostérone comme hormone cortico-surrénale, nos recherches mettent en lumière l'antagonisme qui existe entre cette substance et la cortisone, antagonisme nuancé toutefois, puisqu'il subsiste entre les deux substances des actions communes, telles que la neutralisation des produits métaboliques de l'alcool et des effets nerveux de l'anaphylaxie.

Mais, tandis que la désoxycorticostérone montre une action antialcaline, qui se trouve confirmée par la neutralisation des effets de l'antéhypophyse et du complexe vitaminique B, la cortisone possède vis-à-vis des tissus une action antiacide, inhibant les effets de la posthypophyse et de la vitamine C. Ces oppositions expliquent la complexité des extraits cortico-surrénaux qui se montrent antiacides à faibles doses et antialcalins à doses fortes.

Le rôle de l'hormone adrénocorticotrope se trouve également précisé : cette substance renforce l'action de la cortisone, sans toutefois pouvoir s'y substituer. L'association des deux substances apparaît justifiée dans le traitement des intoxications alcooliques.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Caractérisation de la monoiodohistidine et de la diiodothyronine dans la thyroglobuline marquée.* Note de MM. **Jean Roche**, **Serge Lissitzky** et **Raymond Michel**, présentée par M. Maurice Javillier.

Thyroxine, monoiodotyrosine et diiodotyrosine renferment plus des 9/10 de l'iode de la thyroglobuline; on peut, néanmoins, envisager l'existence dans celle-ci d'autres acides aminés iodés, en particulier monoiodohistidine et diiodothyronine. La première prend naissance lorsque l'histidine réagit avec de petites quantités d'iode ([1]); nous l'avons caractérisée, avec la diiodohistidine, dans des globines iodées. La seconde n'a pas été mise en évidence jusqu'ici dans des iodoprotéines; sa formation pourrait résulter de la condensation de tyrosine et de diiodotyrosine, selon les modalités donnant naissance à la thyroxine à partir de deux molécules de diiodotyrosine. Nous avons caractérisé la monoiodohistidine et la diiodothyronine dans la thyroglobuline à l'aide de la radiochromatographie ([2]).

Les thyroïdes de rats (mâles, 150-200 g) ayant reçu en injection sous-cutanée I^{131}Na sans entraîneur (1,5 mC par lot de six rats) et sacrifiés 24 h

---

([1]) J. Roche, S. Lissitzky, O. Michel et R. Michel, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 357.

([2]) Technique radiochromatographique utilisée dans : J. Roche, M. Jutisz, S. Lissitzky et R. Michel, *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 723.

après, ont été broyés et extraits par 2 cm^3 de ClNa à 0,9 %. L'extrait additionné de 10 mg de trypsine brute (Armour) a été porté à pH 8,5 et placé à 38° C pendant 72 h sous toluène. Les acides aminés iodés libérés ont été caractérisés comme suit.

1. *Monoiodohistidine.* — Les acides aminés et peptides basiques ont été adsorbés sur gel de silice et élués par HCl 0,1 N [3]. L'éluat a été évaporé sous vide et son résidu, repris par 0,5 cm^3 H_2O, a été analysé par chromatographie en une et deux dimensions sur papier Whatman n° 1, en utilisant comme solvant un mélange de *n*-butanol (78), acide acétique (5) et eau (17), ou du *n*-butanol saturé par NH_4OH 2N. La radioactivité de chacun des chromatogrammes se localise sur un certain nombre de taches dont l'une présente le Rf de la monoiodohistidine (Rf 0,09-0,11 en butanol acétique, 0,22-0,24 en butanol ammoniacal). On concentre sur papier à partir de 0,20 cm^3 d'extrait thyroïdien le constituant ainsi caractérisé, et soumet l'éluat du produit purifié à la chromatographie en une et deux dimensions.

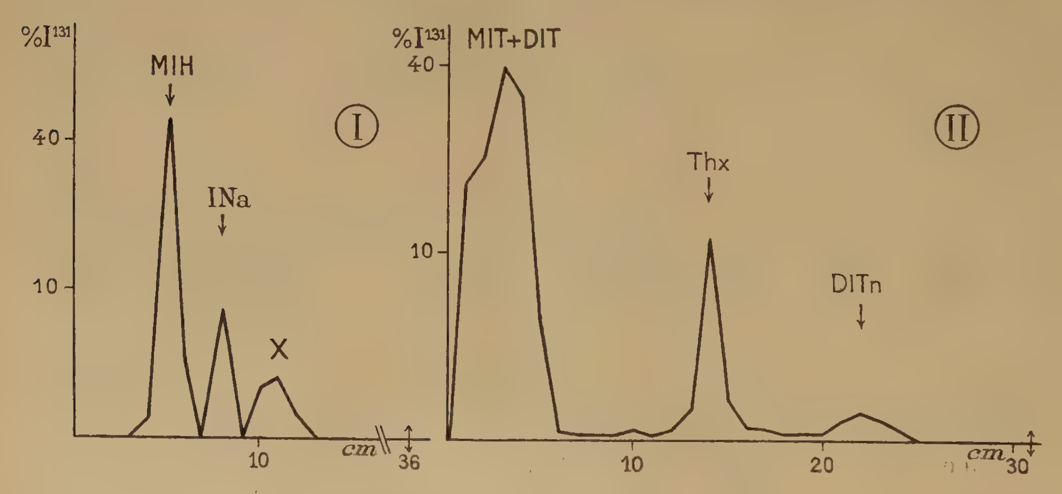


Fig. 1. — Radiochromatogramme illustrant la séparation chromatographique de la monoiodohistidine et de la diiodothyronine à partir des produits de l'hydrolyse enzymatique de la thyroglobuline marquée (Rat). I. Produit de fractionnement de la thyroglobuline renfermant la monoiodohistidine (MIH), des iodures (INa) et un corps radioactif non défini (X); chromatographie en butanol acétique. II. Extrait butanolique (pH 1,0) du protéolysat de la thyroglobuline renfermant de la mono et de la diiodotyrosine (MIT + DIT), de la thyroxine (Thx) et de la diiodothyronine (DITn); chromatographie en butanol ammoniacal.

Une partie de la radioactivité des chromatogrammes obtenus s'est localisée sur des taches dont l'une occupe exactement la position de celle de la monoiodohistidine pure sur les essais de référence, que le repérage soit opéré

---

(3) C. Fromageot, M. Jutisz et E. Lederer, *Biochim. Biophys. Act.*, 28, 1948, p. 47.

par radiochromatographie ou par radioautographie [*voir* sur les figures 1 (compartiment I) et 2].

La présence de monoiodohistidine dans les hydrolysats a toujours été observée, elle renferme au plus 1 % de la radioactivité de la thyroglobuline. Il a été contrôlé par ailleurs que la tache de Rf identique à celui de ce corps, n'est pas due à un peptide d'iodotyrosine, car le charbon Activit 50 XP retenant les acides aminés aromatiques et leurs peptides ([3]) ne le fixe pas. Il est probable que la tache radioactive de Rf voisin de celle de la monoiodohistidine correspond à un peptide de celle-ci.

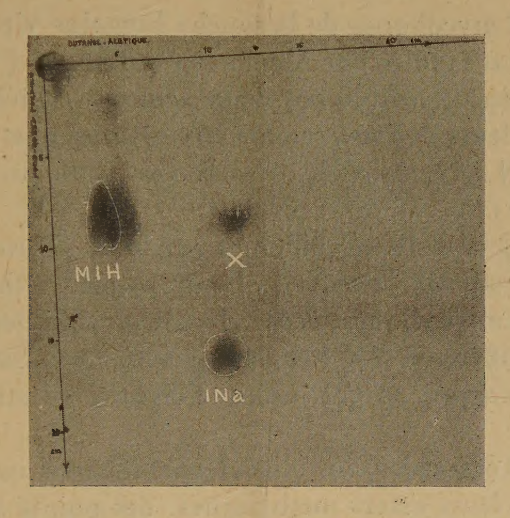


Fig. 2. — Radioautogramme du chromatogramme en deux dimensions d'un produit de fractionnement de l'hydrolysat de la thyroglobuline marquée, illustrant la séparation de (MIH), (INa) et (X).

2. *Diiodothyronine*. — Les mêmes techniques ont été appliquées à l'extrait *n*-butanolique de l'hydrolysat protéinasique de thyroglobuline marquée porté à pH 1, et additionné de diiodothyronine pure servant de substance d'entraînement. Après concentration sous vide de la phase butanolique et reprise du résidu par 0,2 cm^3 de *n*-butanol, la chromatographie de cette solution sur papier (butanol acétique ou ammoniacal) révèle l'existence d'une tache radioactive de Rf 0,73 (butanol acide) et 0,71 (butanol ammoniacal), correspondant exactement à celle de la diiodothyronine en présence des mêmes solvants. La figure 1 (compartiment II) reproduit un exemple des documents ayant permis de caractériser cet acide aminé. La présence de diiodothyronine ne peut pas être due à la désioduration partielle de la thyroxine, car l'extrait thyroïdien ne s'enrichit pas en iodures au cours des essais.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la structure chimique des acides α et β mycoliques d'une souche humaine virulente de* Mycobacterium tuberculosis [1]. Note de MM. **Jean Asselineau**, **Ernest Ganz** et **Edgar Lederer**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Les radicaux R des acides α et β mycoliques (I) de la souche humaine *Test* de *M. tuberculosis* sont différents puisque les acides α et β anhydro-mycoliques (II), ainsi que les méthoxy-normycolanones (III) le sont.

Les acides α et β mycoliques de la souche humaine virulente *Test* de *Mycobacterium tuberculosis* étudiés par Asselineau et Lederer [2] ont la structure I. La composition élémentaire de ces deux acides, vérifiée par l'analyse d'un certain nombre de leurs dérivés, semble être identique, et leur formule la plus probable est $C_{88}H_{176}O_4 \pm 5CH_2$, c'est-à-dire celle proposée par Stodola, Lesuk et Anderson [3].

Les acides α et β mycoliques diffèrent par leurs points de fusion, par leur solubilité et par celle de leurs sels. Leurs esters méthyliques, acétates et acétates des esters méthyliques, et les alcools mycoliques, ont également des points de fusion différents [2]. Les deux acides fournissent par pyrolyse de l'acide *n*-hexacosanoïque, ce qui prouve l'identité de structure de la chaîne latérale en α.

En déshydratant ces acides, on obtient les *acides α et β anhydro-mycoliques* (II) qui ont, ainsi que leurs esters méthyliques, des points de fusion identiques. Ne pouvant pas les distinguer par leurs propriétés physiques ou chimiques [4], nous avions admis la possibilité d'une identité des acides α et β anhydro-mycoliques. La formation d'un même acide anhydro-mycolique à partir des deux acides mycoliques aurait pu s'expliquer par une diastéréoisomérie concernant les carbones α et β de ces derniers [2].

Dans la présente Note, nous rapportons des observations qui prouvent que *les acides α- et β-mycoliques* (I) *diffèrent par leur radical* R *et que les acides α- et β-anhydro-mycoliques* (II) *ne sont pas identiques.*

Par oxydation chromique ménagée, l'acide α-mycolique fournit une cétone

---

(1) XIIe communication sur les constituants du Bacille tuberculeux; XIe comm., *voir* J. Asselineau, *Ann. Inst. Pasteur* (sous presse).

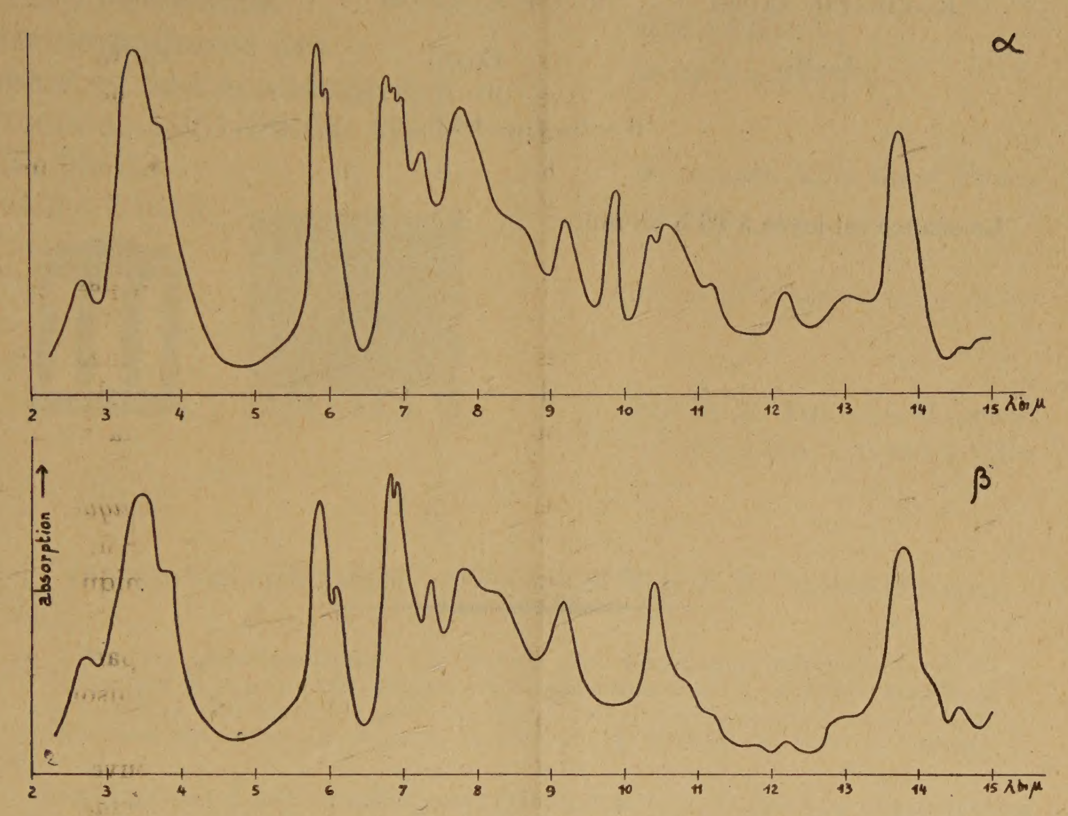
(2) *Biochim. Biophys. Acta*, 7, 1951, p. 126.

(3) *J. Biol. Chem.*, 126, 1938, p. 505.

(4) Les deux acides anhydro-mycoliques semblent être optiquement inactifs; des points de fusion de mélange ne donnent jamais de dépression dans la série des acides mycoliques (2).

(5) J. Asselineau, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1620.

neutre, la *méthoxy-α-nor-mycolanone*, F 64-67° (III) [2,5]. Nous trouvons maintenant, que dans les mêmes conditions, l'acide β-mycolique donne la *méthoxy-β-nor-mycolanone*, F 85-88° (III) (trouvé C 83,81 %, H 13,91 % ; calculé pour ($C_{87}H_{174}O_2$: C 83,44 %, H 14,01 %). Ces deux cétones sont donc nettement différentes ; elles diffèrent en outre par leur solubilité (très faible solubilité de la cétone β dans les solvants usuels), et par le point de fusion des alcools qu'elles fournissent par réduction au moyen de $LiAlH_4$ (*méthoxy-α-nor-mycolanol*, F 70-74° ; *méthoxy-β-nor-mycolanol* F 88-92°).



Courbes d'absorption infrarouge des acides α anhydro-mycolique et β anhydro-mycolique. Les substances ont été fondues en couches de 0,1 mm d'épaisseur. A noter surtout la bande à 9,85 μ dans la courbe α, absente dans la courbe β.

Si les acides mycoliques ne différaient que par une diastéréoisomérie concernant les carbones α et β, les deux cétones devraient être identiques. Leur non-identité prouve que *les restes* R *des deux acides sont différents.*

Or, dans ce cas, les acides α- et β-anhydro-mycoliques sont nécessairement différents aussi. *Cette différence,* que nous n'avons pas pu mettre en évidence jusqu'ici, *a enfin été prouvée par les spectres infrarouges* (*voir* figure).

Il reste encore à préciser si la différence de structure des acides α- et β-myco-

liques est uniquement due à une différence des restes R, ou s'il y a aussi une différence stérique des carbones α et β.

Jusqu'à ce que nous connaissions la composition exacte du reste R, il ne convient plus de considérer les acides α- et β-mycoliques comme des isomères; étant donné les difficultés analytiques, il est, en effet, possible qu'ils aient des formules brutes qui diffèrent de quelques atomes de carbone.

$$R{-}CH(OH){-}CH(C_{24}H_{49}){-}COOH \quad \text{(I)}$$

$$R{-}CH{=}C(C_{24}H_{49}){-}COOH \quad \text{(II)}$$

$$R{-}CO{-}CH_2(C_{24}H_{49}) \quad \text{(III)}$$

$$R \sim C_{60}H_{120}{-}OCH_3.$$

La séance est levée à 16 h 20 mn.

L. B.